

346

誘導に従って考えていこう。

(ア)

ϕ が大きくなると、 $1 - \cos \phi$ は大きくなっていく。 ($\because 0 \leq \phi \leq 90^\circ$)

よって、グラフから読みとると、 ϕ が増加すると $\Delta \lambda$ も増加する とわかる。
#(ア)

(イ)

$$\text{光子のエネルギー} = E = h\nu \xrightarrow{\nu = f\lambda \text{ より}} E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\text{電子のエネルギー} = K = \frac{1}{2} m v^2$$

これを計算を行うと、エネルギーの保存の式は

$$\overset{\text{前}}{\frac{hc}{\lambda}} = \frac{1}{2} m v^2 + \overset{\text{後}}{\frac{hc}{\lambda'}} \quad \dots \textcircled{1}$$

#(イ)

(ウ)(エ)

$$\text{光子の運動量} = p = \frac{E}{c} \xrightarrow{E = h\nu \text{ より}} \frac{h\nu}{c} \xrightarrow{\nu = f\lambda \text{ より}} \frac{h \frac{c}{\lambda}}{c} \rightarrow \frac{h}{\lambda}$$

$$\text{電子の運動量} = p = m v$$

これを計算を行うと、運動量の保存の式は

$$\text{入射方向: } \overset{\text{前}}{\frac{h}{\lambda}} = \underbrace{m v \cos \beta + \frac{h}{\lambda'} \cos \phi}_{\text{#(ウ)}} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\text{垂直方向: } 0 = \underbrace{m v \sin \beta - \frac{h}{\lambda'} \sin \phi}_{\text{#(エ)}} \quad \dots \textcircled{3}$$

(オ)

∴

②式を変形して

$$m v \cos \beta = \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos \phi \quad \dots \textcircled{2}'$$

#(オ)

346 続き

(カ)

③式を変形して

$$m v \sin \beta = \frac{h}{\lambda'} \sin \phi \quad \dots \textcircled{3}'$$

(キ)

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ を利用して、 β を消去する。

②'² + ③'² をすると

$$\begin{aligned} (m v \cos \beta)^2 + (m v \sin \beta)^2 &= \left(\frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \cos \phi \right)^2 + \left(\frac{h}{\lambda'} \sin \phi \right)^2 \\ m^2 v^2 (\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) &= \frac{h^2}{\lambda^2} - \frac{2h^2 \cos \phi}{\lambda \lambda'} + \frac{h^2}{\lambda'^2} (\cos^2 \phi + \sin^2 \phi) \\ m^2 v^2 &= \frac{h^2}{\lambda^2} - \frac{2h^2 \cos \phi}{\lambda \lambda'} + \frac{h^2}{\lambda'^2} \quad \dots \textcircled{4} \end{aligned}$$

(ク)

①式 $\frac{hc}{\lambda} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{hc}{\lambda'}$ を m 倍して $m^2 v^2$ の形を作ると

$$\frac{mhc}{\lambda} = \frac{1}{2} m^2 v^2 + \frac{mhc}{\lambda'}$$

$$\Rightarrow m^2 v^2 = \frac{2mhc}{\lambda} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) \quad \dots \textcircled{7}$$

* 二枚以降の式変形を自分で追跡して

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi)$$

の結論まで導けるようになっておきたい。