367

問題文の式を1つずつ追いかけ、理解を進めよう。

(ア)

$$-\Delta N = \lambda N \Delta t \cdots ①$$

この式を変形して、

$$\frac{\Delta N}{N} = -\lambda \Delta t$$

両辺を積分して

$$\int \frac{dN}{N} = \int -\lambda \, dt$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{N} dN = -\lambda \int dt$$

$$\therefore \log N = -\lambda t + C \cdots ②$$ (Cは積分定数)

$t=0$ のとき $N = N_0$ なので

$$C = \log N_0$$

②式を書き直すと

$$\log N = -\lambda t + \log N_0$$

logをまとめると

$$\log N - \log N_0 = -\lambda t$$

$$\Rightarrow \log \frac{N}{N_0} = -\lambda t$$

$\frac{N}{N_0} > 0$ であるから

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} \qquad \therefore N = \underline{N_0 e^{-\lambda t}} \text{ // (ア)}$$

$\boxed{367}$ 続き

(イ)

$t=T$で $N=\frac{1}{2}N_0 \overset{つまり}{\Rightarrow} \frac{N}{N_0}=\frac{1}{2}$ になっているということなので

$\frac{N}{N_0}=e^{-\lambda t}$ に代入すると

$$\Rightarrow \frac{1}{2}=\underline{e^{-\lambda T}}_{\,//}\text{(イ)}$$

(ウ)

両辺の自然対数をとって

$$\log\frac{1}{2}=\log e^{-\lambda T}$$

$$\Rightarrow \log 2^{-1}=-\lambda T\log e$$

$$\Rightarrow -\log 2=-\lambda T$$

$$\therefore T=\frac{\log 2}{\lambda}=\underline{\frac{0.693}{\lambda}}_{\,//}\text{(ウ)}$$

(エ)

単位時間(1[s])に崩壊する個数は $-\frac{\Delta N}{\Delta t}$ といえる。

①式を変形すると

$$-\frac{\Delta N}{\Delta t}=\underline{\lambda N}_{\,//}\text{(エ)}$$ これがエである.