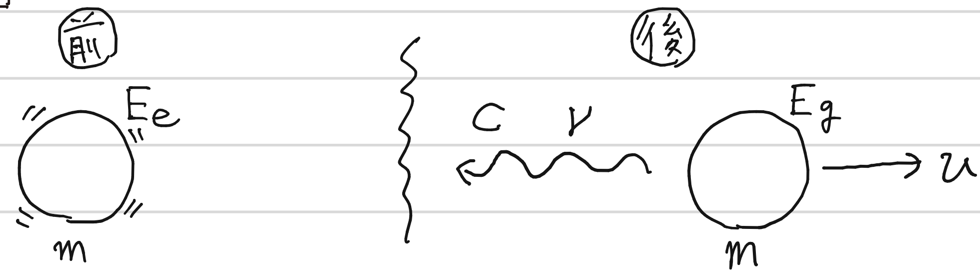
382



(ア)

エネルギーの保存より

$$\Delta E = \underline{\frac{1}{2}mv^2 + h\nu} \;/\!/ \text{(ア)}$$

エネルギー準位の差が光子と運動エネルギーになったイメージ

(イ)

運動量の保存より

$$0 = -\frac{h\nu}{c} + mv$$

$$\therefore\ mv = \underline{\frac{h\nu}{c}} \;/\!/ \text{(イ)}$$

(ウ)

(イ)の式より

$$v = \frac{h\nu}{mc}$$

これを(イ)に代入して

$$\Delta E = \frac{1}{2}m\left(\frac{h\nu}{mc}\right)^2 + h\nu$$

$$= \frac{h^2}{2mc^2}\nu^2 + h\nu$$

$$\Rightarrow\ 0 = \frac{h^2}{2mc^2}\nu^2 + h\nu - \Delta E$$

$$\Rightarrow\ 0 = \nu^2 + \frac{2mc^2}{h}\nu - \frac{2mc^2\Delta E}{h^2}$$

2次関数の解の公式より

$$\nu = \frac{-\frac{2mc^2}{h} \pm \sqrt{\left(\frac{2mc^2}{h}\right)^2 - 4\left(-\frac{2mc^2\Delta E}{h^2}\right)}}{2}$$

382 (ウ) 続き

$$= -\frac{mc^2}{h} \pm \sqrt{\left(\frac{mc^2}{h}\right)^2 + \frac{2mc^2\Delta E}{h^2}}$$

$\nu > 0$ なので

$$\nu = -\frac{mc^2}{h} + \sqrt{\left(\frac{mc^2}{h}\right)^2 + \frac{2mc^2\Delta E}{h^2}}$$

$$= -\frac{mc^2}{h} + \frac{mc^2}{h}\sqrt{1 + \frac{2\Delta E}{mc^2}}$$

$$= -\frac{mc^2}{h}\left(1 - \sqrt{1 + \frac{2\Delta E}{mc^2}}\right)$$

$\Delta E \ll mc^2$ であるから近似式を用いて

$$\nu \fallingdotseq -\frac{mc^2}{h}\left[1 - \left\{1 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2\Delta E}{mc^2} - \frac{1}{8}\left(\frac{2\Delta E}{mc^2}\right)^2\right\}\right]$$

$$= \frac{mc^2}{h}\left(\frac{\Delta E}{mc^2} - \frac{\Delta E^2}{2(mc^2)^2}\right)$$

$$= \underline{\frac{\Delta E}{h}\left(1 - \frac{\Delta E}{2mc^2}\right)} \text{ // (ウ)}$$

(エ)

(ウ) で $m \to \infty$ とすると

$$\underline{\nu_\infty = \frac{\Delta E}{h}} \text{ // (エ)}$$

(オ)

ドップラー効果で吸収体が吸収する光子の振動数 ν' は、

$$\nu' = \frac{c - V}{c}\nu$$

これが ν_∞ となるので

$$\nu_\infty = \frac{c - V}{c}\nu$$

$$\therefore \underline{\frac{\nu_\infty}{\nu} = \frac{c - V}{c}} \text{ // (オ)}$$

$\boxed{382}$ 続き

(カ)

(エ)式より　(ウ)式より

$V = A\omega\cos\omega t_1$, $\nu_\infty = \frac{\Delta E}{h}$. $\nu = \frac{\Delta E}{h}\left(1 - \frac{\Delta E}{2mc^2}\right)$ を

(オ)式に代入して

$$\frac{\frac{\Delta E}{h}}{\frac{\Delta E}{h}\left(1-\frac{\Delta E}{2mc^2}\right)} = \frac{c - A\omega\cos\omega t_1}{c}$$

$$\Rightarrow \frac{c - A\omega\cos\omega t_1}{c} = \frac{1}{1-\frac{\Delta E}{2mc^2}}$$

$$\fallingdotseq 1 + \frac{\Delta E}{2mc^2}$$

$$\Rightarrow \frac{A\omega\cos\omega t_1}{c} = -\frac{\Delta E}{2mc^2}$$

$$\therefore \cos\omega t_1 = -\frac{\Delta E}{2A\omega mc} \quad (カ)$$