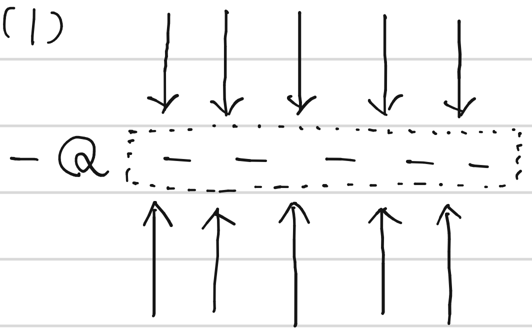
$\boxed{245}$

ガウスの法則

- Q[C]からでる電気力線は $4\pi kQ$[本] または $\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$[本]。
- 1 m^2 あたりの電気力線の本数が電場Eと等しい。

これをベースに考えよう。

(1)



合わせて $\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ 本入っていく。

片側は半分の $\dfrac{Q}{2\varepsilon_0}$ 本といえる。

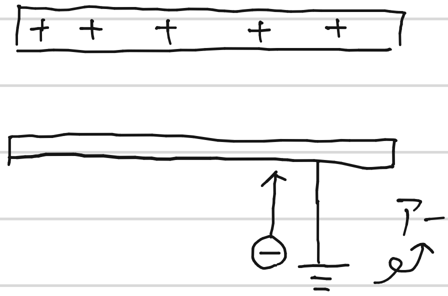
⇓

((1)答え)

$$E = \frac{(\text{本数})}{S} = \frac{\frac{Q}{2\varepsilon_0}}{S} = \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

問題のEの説明の原理である。

(2)

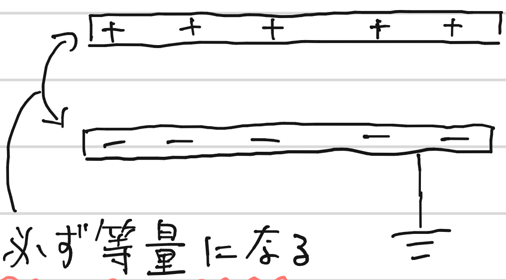


アースは『電位0の基準』の他にも『+や−を無限に出し入れできる』という役割を持つ。

+の極板により−がアースから引き寄せられるのだ。

こうなる

⇓

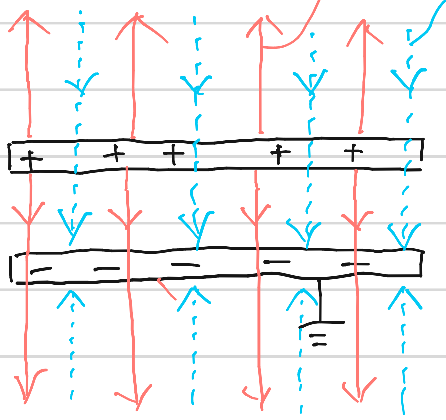


V=0[V] → 0[V]=(電荷がない)というわけではないことに注意。

⊖があって低くなっているところを0[V]の基準とするのだ。

必ず等量になる

245 (2) 続き



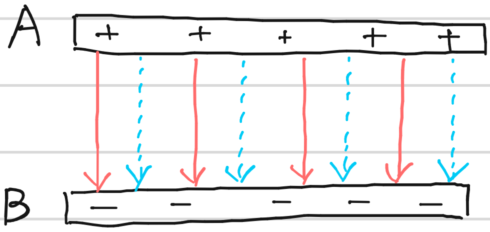
X：逆向きなので打ち消す

Y：同じ向きなので足し算

$$= \frac{Q}{2\varepsilon_0} + \frac{Q}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0}\ [本]$$

Z：逆向きなので打ち消す

⇓



X： $\underline{0\ \mathrm{V/m}}$

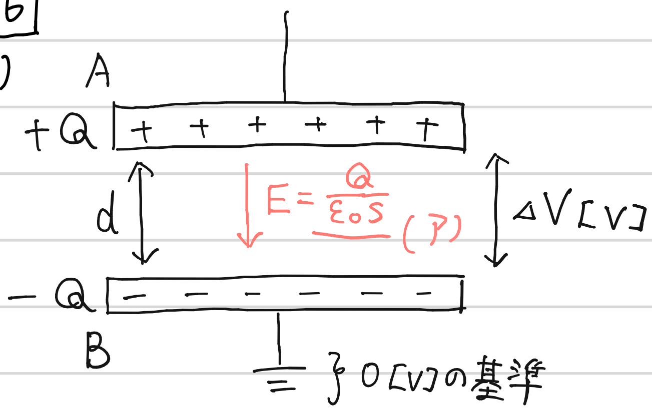
Y： $E = \dfrac{(本数)}{S} = \dfrac{\frac{Q}{\varepsilon_0}}{S} = \underline{\dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}\ [\mathrm{V/m}]}$

A→B向き

Z： $\underline{0\ \mathrm{V/m}}$

$\boxed{246}$

(ア)



(イ)

Eの向きは

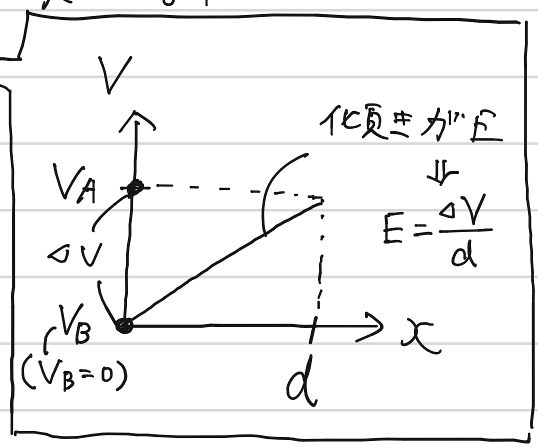
A→B向き //

(ウ) 電場Eは電位Vの傾きなので

$$E=\frac{\Delta V}{d}$$

$$\therefore \Delta V = Ed = \frac{Q}{\varepsilon_0 S}d \quad /\!/ \text{(ウ)}$$

大切なイメージ



エ) $C=\dfrac{Q}{\Delta V}$ (Cの定義式)に代入して.

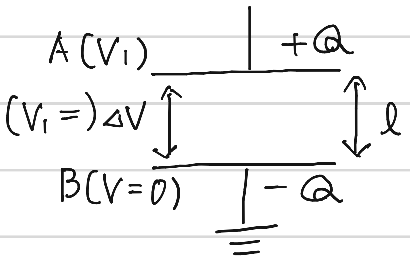
$$C=\frac{Q}{\frac{Qd}{\varepsilon_0 S}}=\varepsilon_0\frac{S}{d}\ \text{[F]} \quad /\!/ \text{(エ)}$$

Cの大小関係はとても大切

$\left\{\begin{array}{l}\text{Sが大きいとCは大きい}\\ \text{dが小さいとCは大きい}\end{array}\right.$

247

(1) 面密度…「1m² あたり」を示す。



(ア) S[m²] に Q[C] あるので
1m² あたりは

$$\frac{Q}{S}$$ // (ア)

(イ) 1m² あたりの本数が E なので，1m² あたりの電荷から出る本数がそのまま E となる。+Q[C] たまっているときの，極板間の電気力線の本数は $\frac{Q}{\varepsilon_0}$ 本であり，今，1m² あたりの電荷は $Q=\frac{Q}{S}$ なので

$$E=\frac{\frac{Q}{S}}{\varepsilon_0}=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}$$ // (イ)

(ウ) E は電位の傾きでもあり，$E=\frac{\Delta V}{d}$ なので

$$E=\frac{\Delta V}{l}=\frac{V_1}{l}$$

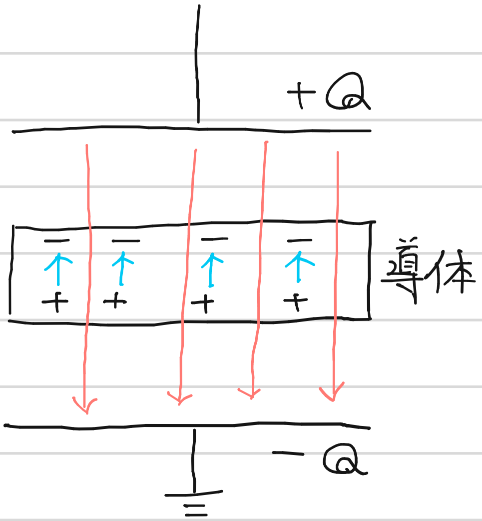
$$\Rightarrow V_1=El=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}l$$ // (ウ)

(エ) $C=\frac{Q}{\Delta V}$ より

$$C_1=\frac{Q}{\Delta V}=\frac{Q}{V_1}=\frac{Q}{\frac{Q}{\varepsilon_0 S}l}=\varepsilon_0\frac{S}{l}$$ // (エ)

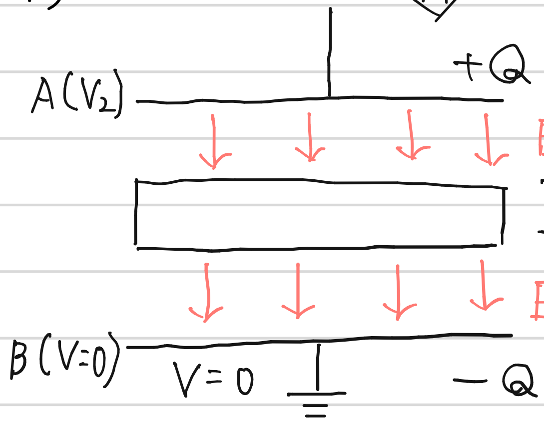
$\boxed{247}$ 続き

(2) 導体内では静電誘導により、$E=0$, $\Delta V=0$ となる。



(上部に+、下部に−が集まる。
⇒ ↑が発生する
⇒ ↓と↑で打ち消しあう)

(オ)

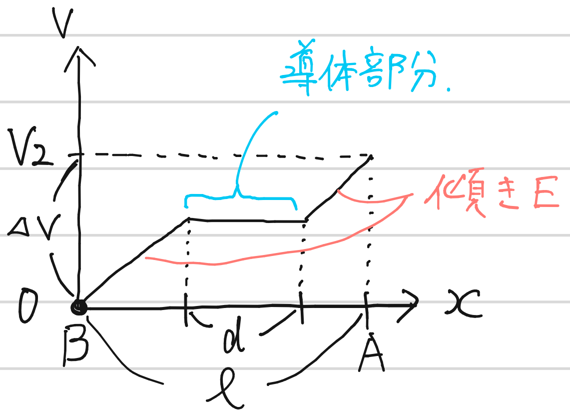


$E=\dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$

} $\underline{E=0}_{(オ)}$, $\Delta V=0$

$E=\dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$ → Q [C] が変わらないなら、電気力線の本数が変わらないので、Eは(イ)のときと同じ

(カ) 電位のグラフを書くと、



傾きEのある区間は $(\ell-d)$ [m] なので、全体の電位差 ΔV は

$$\Delta V = E\times(\ell-d)$$
$$= \underline{\frac{Q}{\varepsilon_0 S}\cdot(\ell-d)} \quad /\!/ \ (カ)$$

これが V_2 となる。

(キ) $C=\dfrac{Q}{\Delta V}$ より

$$C_2=\frac{Q}{\dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}\cdot(\ell-d)} = \underline{\varepsilon_0\frac{S}{\ell-d}} \quad /\!/ \ (キ)$$

$\boxed{247}$ 続き

(3)

(ク)

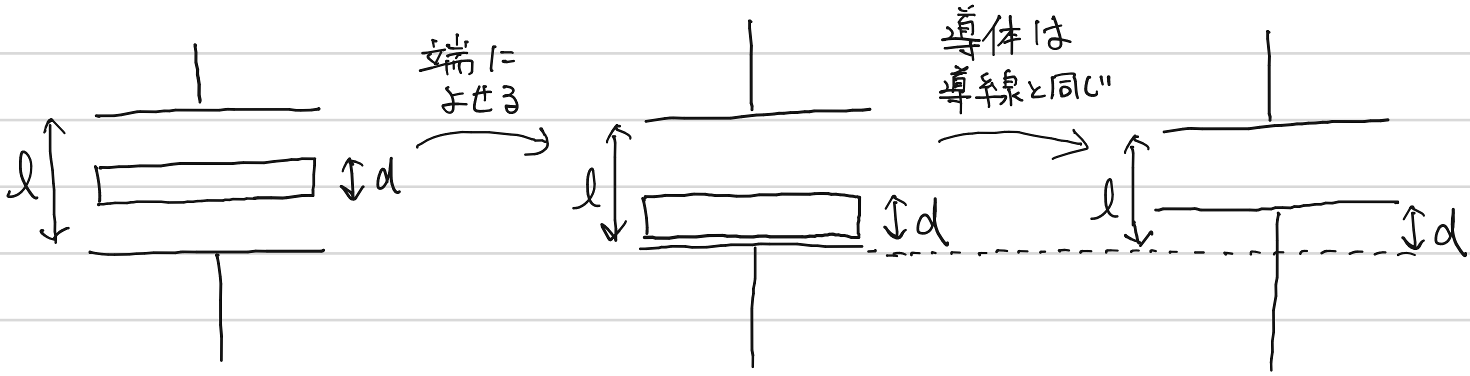
(エ)より $C_1 = \varepsilon_0 \dfrac{S}{l}$, (キ)より $C_2 = \varepsilon_0 \dfrac{S}{l-d}$

連立して

$$C_2 = \underline{\frac{l}{l-d}} C_1 \quad /\!/ \text{(ク)}$$

(ケ)

式から考えるというより、知識として知っておこう



⇓

間隔が$(l-d)$のコンデンサーと同じ

導体を入れずに間隔を $\dfrac{l-d}{l}$ 倍したものと等価 // (ケ)

248 誘電率 ε と比誘電率 ε_r のちがいをしっかりと区別しよう。

> 誘電率 ε … 本数 $\dfrac{Q}{\varepsilon}$ や $C=\varepsilon\dfrac{S}{d}$ にそのまま代入する素材ごとの係数。真空だと $\varepsilon=\varepsilon_0$ となる。
>
> 比誘電率 ε_r … ε が真空のときの ε_r 倍になる、という風に数えた素材ごとの係数。

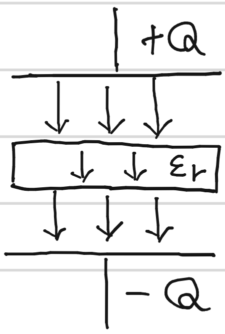
例えば誘電率が ε、比誘電率が ε_r とすると

$$(\text{本数})=\frac{Q}{\varepsilon}\ ,\quad C=\varepsilon\frac{S}{d}$$

$$(\text{本数})=\frac{Q}{\varepsilon_r\times\varepsilon_0}\ ,\quad C=\varepsilon_r\times\varepsilon_0\frac{S}{d}$$

となる。$\varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0$ と関係を書きだせる。
どちらが問題で与えられているか注意して見極めよう。

(ア)(イ) 誘電率によって電気力線の本数がどう変わるかに注目しよう



$\}\ \varepsilon_0 \longrightarrow (\text{本数})=\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ 本

$\}\ \varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0 \rightarrow (\text{本数})=\dfrac{Q}{\varepsilon_r\varepsilon_0}$ 本

$\}\ \varepsilon_0 \longrightarrow (\text{本数})=\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ 本

> 誘電分極で、少し電場が弱まる（本数が少しへる）

上図のように変化する。ここから電場 E を考えると、

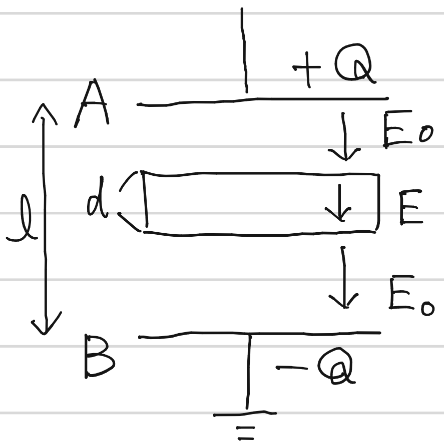
真空中
$$E_0=\underline{\frac{Q}{\varepsilon_0 S}}\ \text{(ア)}$$

誘電体中
$$E=\underline{\frac{Q}{\varepsilon_r\varepsilon_0 S}}\ \text{(イ)}$$

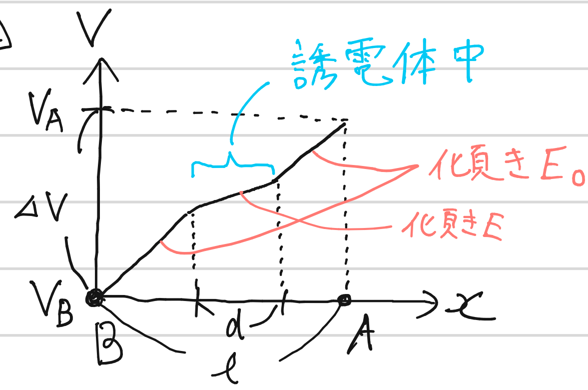
（※ $1\,m^2$ あたりの本数が電場なので $E=\dfrac{(\text{本数})}{S}$）

248 続き

(ウ) $E=\dfrac{V}{d} \Rightarrow V=Ed$ の関係から電位差を求める



電位のグラフにすると



真空中での電位差が上下あわせて

$$\Delta V_{真空} = E_0(l-d)$$

誘電体中での電位差が

$$\Delta V_{誘電} = Ed$$

これらを合計して

$$\Delta V = E_0(l-d) + Ed$$

$$= \frac{Q}{\varepsilon_0 S}(l-d) + \frac{Q}{\varepsilon_r \varepsilon_0 S} d$$

$$= \underline{\frac{Q}{\varepsilon_0 S}\left(l-d+\frac{d}{\varepsilon_r}\right)} \ \text{//(ウ)}$$

(エ) $C=\dfrac{Q}{\Delta V}$ より

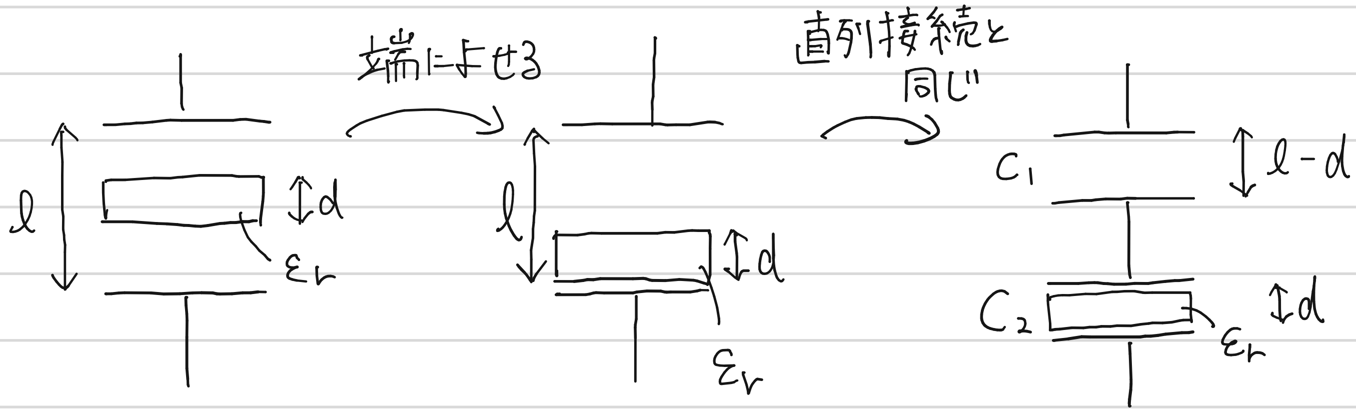
$$C = \frac{Q}{\frac{Q}{\varepsilon_0 S}\left(l-d+\frac{d}{\varepsilon_r}\right)}$$

$$= \underline{\varepsilon_0 \frac{S}{l-d+\frac{d}{\varepsilon_r}}} \ \text{//(エ)}$$

$\boxed{248}$ 続き

(オ)(カ)

式からというより、知識として知っておこう.



⇓

$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{S}{l-d} \quad (オ)$$

$$C_2 = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S}{d} \quad (カ)$$

※ この C_1, C_2 を直列の合成公式で合成すると
(エ)と同じ式になる。

コンデンサーの合成公式は、回路の問題では使わないが、
このような電気容量の問題では使うので覚えておこう.

$\boxed{249}$

回路の問題の解き方

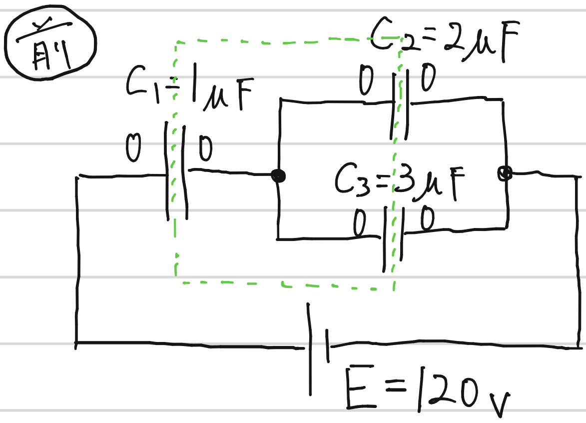
① 前 と 後 を書き、不明数を文字で置く。

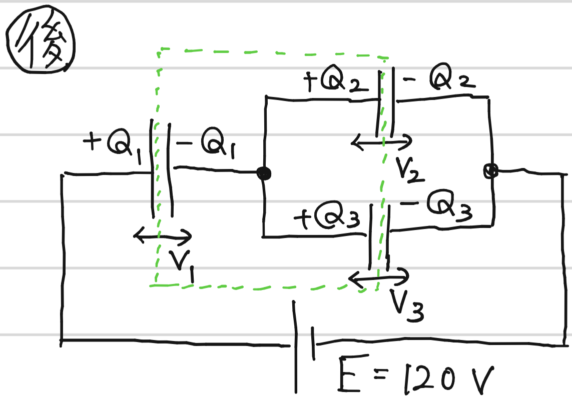
② キルヒホッフの法則を立式（電圧の式）

③ 電気量保存の式をたてる

④ $Q = C\Delta V$ を立式

⇒ 連立する





⇓

キルヒホッフの法則 より

・$V_1 + V_2 = 120$ …①

・$V_2 = V_3$ …②

※模範解答では

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1},\ V_2 = \frac{Q_2}{C_2},\ V_3 = \frac{Q_3}{C_3}$$

をここで暗算して代入している

電気量保存

内の前・後での電気量は保存するので

$$0 = -Q_1 + Q_2 + Q_3 \quad \cdots ③$$

$\boxed{Q = C\Delta V}$ より

$Q_1 = 1V_1$ …④　$Q_2 = 2V_2$ …⑤　$Q_3 = 3V_3$ …⑥

これを連立して解けばよい。

$\boxed{249}$ 続き

③に④、⑤、⑥を代入して

$$0 = -V_1 + 2V_2 + 3V_3 \quad \cdots ③'$$

③'に②を代入して

$$0 = -V_1 + 2V_2 + 3V_2$$

$$\Rightarrow V_1 = 5V_2 \quad \cdots ③''$$

③''を①に代入して

$$5V_2 + V_2 = 120$$

$$\therefore V_2 = \underline{20\ [V]}$$

⇒ ③''より

$$V_1 = \underline{100\ [V]}$$

②より

$$V_3 = \underline{20\ [V]}$$

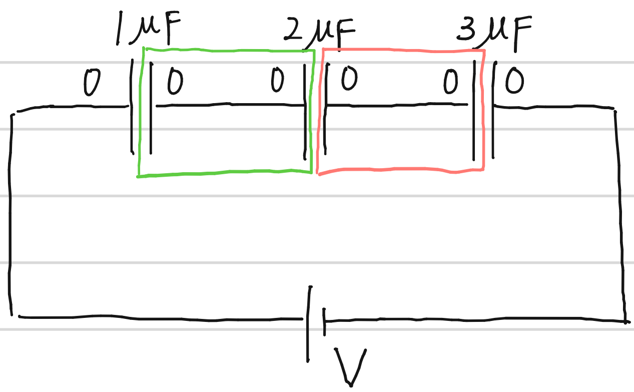
④、⑤⑥ より

$$Q_1 = \underline{100\ [\mu C]} \qquad Q_2 = \underline{40\ [\mu C]} \qquad Q_3 = \underline{60\ [\mu C]}$$

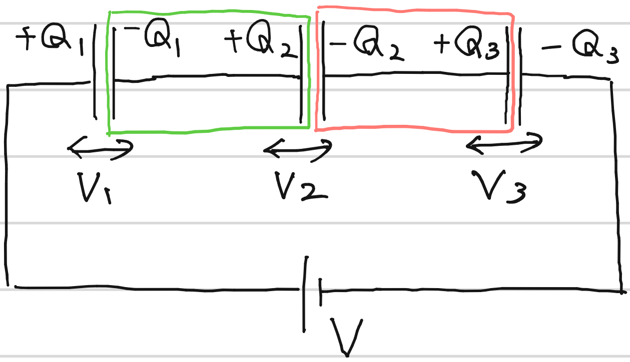
※ Q_1、Q_2、Q_3 が③式を成立させているかなどをチェックすれば計算ミスのチェックができる。

250

前



後



(1)

□の電気量保存より

$$0 = -Q_1 + Q_2 \Rightarrow Q_1 = Q_2$$

□の電気量保存より

$$0 = -Q_2 + Q_3 \Rightarrow Q_2 = Q_3$$

$\Rightarrow Q_1 = Q_2 = Q_3$ となる。

直列では、電気量がすべてのコンデンサーで同じになるのだ

$Q_1 = Q_2 = Q_3 = q$ とすると $Q = C\Delta V$ より、

$q = 1V_1$　　$q = 2V_2$　　$q = 3V_3$

$\Downarrow$　　$\Downarrow$　　$\Downarrow$

$V_1 = q$　　$V_2 = \frac{q}{2}$　　$V_3 = \frac{q}{3}$

よって

$$V_1 : V_2 : V_3 = 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$$

$$= \underline{6 : 3 : 2}_{//}$$

(2) いちばん高い電圧がかかるのは V_1 なので、$V_1 = 600\,V$ になるときを考えればよい。すると $V_1 = 600$、$V_2 = 300$、$V_3 = 200$ となるので全体では $600 + 300 + 200 = \underline{1100[V]}_{//}$

$\boxed{251}$

回路の問題の解き方

① 前 と 後 を書き、不明数を文字で置く。

② キルヒホッフの法則を立式（電圧の式）

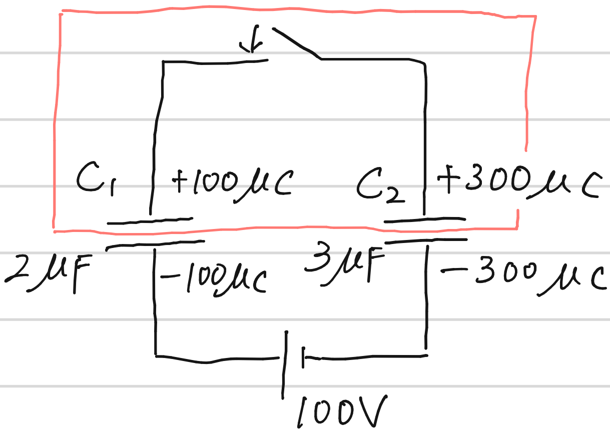
③ 電気量保存の式をたてる

④ $Q=C\Delta V$ を立式

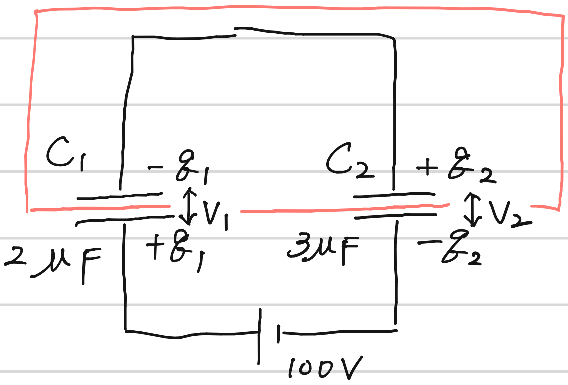
⇒ 連立する

(1)

前



後



キルヒホッフの法則 より

$$V_1+V_2=100 \quad \cdots ①$$

の 電気量保存 より

$$+400=-q_1+q_2 \quad \cdots ②$$

※模範解答では
$Q=CV$ より
$q_1=2V_1$, $q_2=3V_2$
を暗算で代入している

$\boxed{Q=CV}$ より

$$q_1=2V_1 \quad \cdots ③ \qquad q_2=3V_2 \quad \cdots ④$$

$\boxed{251}$ (1) 続き

連立して解く.

② に、③. ④ を代入して

$$400 = -2V_1 + 3V_2 \quad \cdots ②'$$

① を変形して

$$V_1 = 100 - V_2 \quad \cdots ①'$$

①' を ②' に代入して

$$400 = -2(100 - V_2) + 3V_2$$

$$5V_2 = 600$$

$$V_2 = \underline{120\,[\mathrm{V}]}$$

①' より

$$V_1 = \underline{-20\,[\mathrm{V}]}$$

③ より

$$q_1 = \underline{-40\,[\mu\mathrm{C}]}$$

設定した正負と
逆だったということ.
上の極板に $+40\mu C$
たまっている.

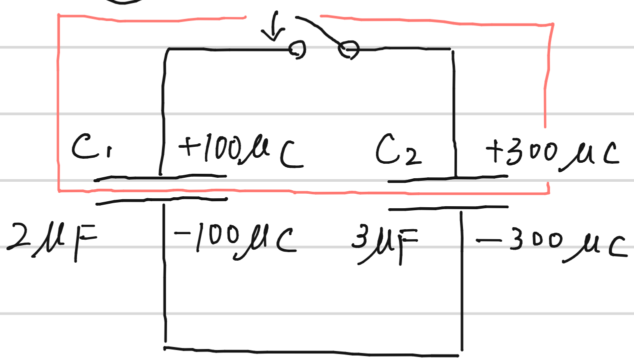
④ より

$$q_2 = \underline{360\,[\mu\mathrm{C}]}$$

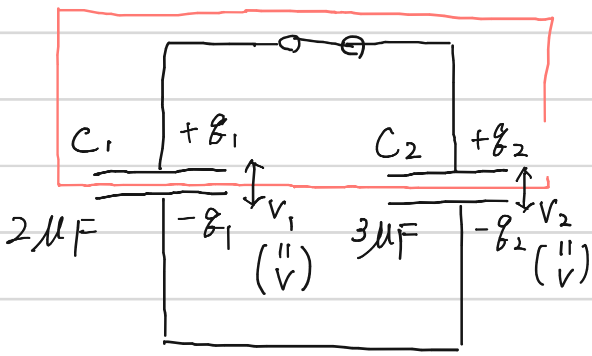
251 続き

(2)

前



後



キルヒホッフ則 より

$V_1 = V_2$ なので V とおく.

の電気量保存より

$$400 = q_1 + q_2 \quad \cdots ①$$

$Q = CV$ より

$$q_1 = 2V \quad \cdots ②$$

$$q_2 = 3V \quad \cdots ③$$

連立して解く.

① に ②, ③ を代入して

$$400 = 2V + 3V$$

$$\therefore V = \underline{80\ [\mathrm{V}]}$$

② より

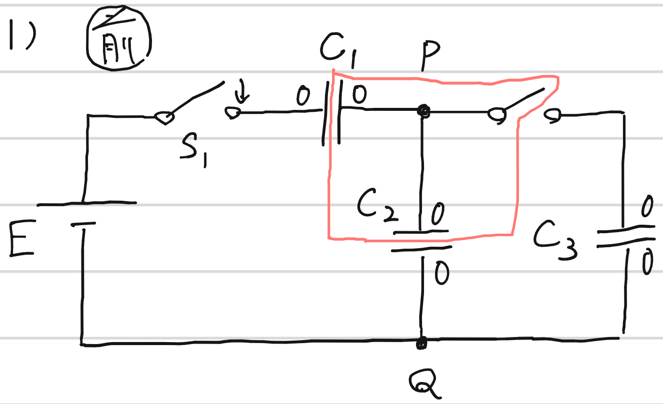
$$q_1 = \underline{160\ [\mu\mathrm{C}]}$$

③ より

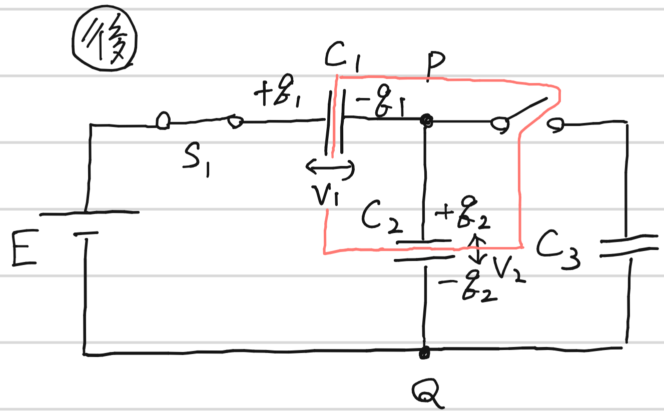
$$q_2 = \underline{240\ [\mu\mathrm{C}]}$$

$\boxed{252}$ 前 → 後 の情報を正確に整理しよう。

(1) 前



後



$\boxed{\text{キルヒホッフ則}}$ より

$$E = V_1 + V_2 \quad \cdots ①$$

$\boxed{\text{電気量保存}}$ より

$$0 = -q_1 + q_2 \quad \cdots ②$$

$\boxed{Q = CV}$ より

$$q_1 = CV_1 \quad \cdots ③$$

$$q_2 = CV_2 \quad \cdots ④$$

② に ③, ④ を代入して

$$0 = -CV_1 + CV_2 \quad \cdots ②'$$

① を変形して $V_1 = E - V_2$, これを ②' に代入して

$$0 = -C(E - V_2) + CV_2$$

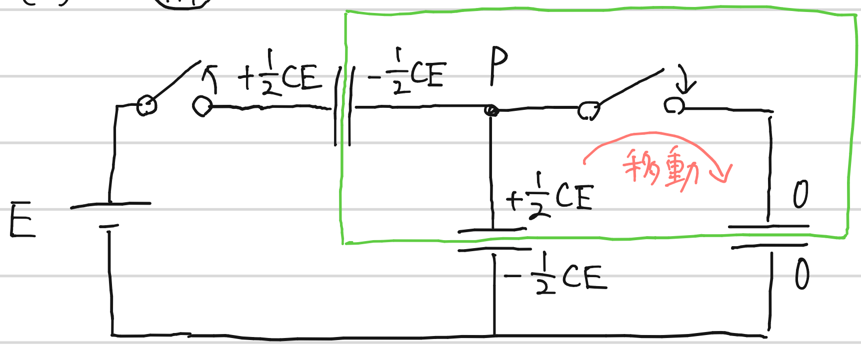
$$2CV_2 = CE$$

$$\underline{V_2 = \frac{E}{2}}_{\#}$$

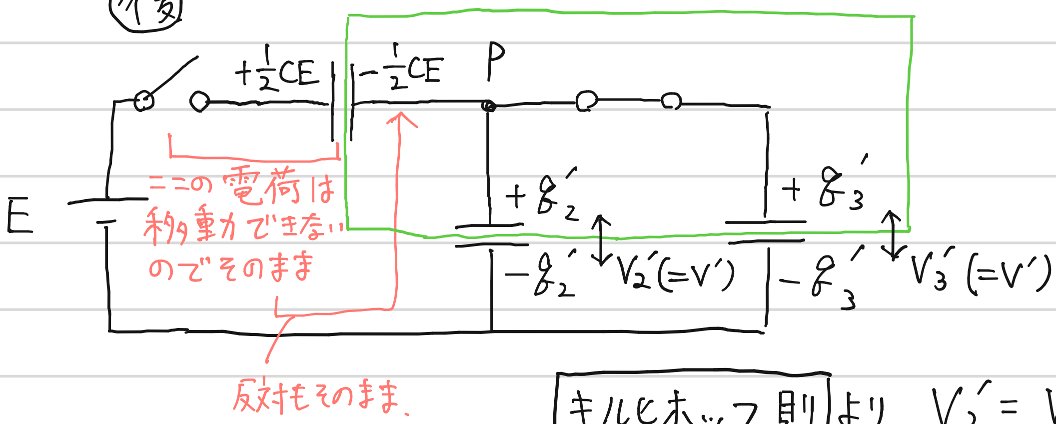
(① より $V_1 = \frac{E}{2}$, ③ より $q_1 = \frac{1}{2}CE$ ④ より $q_2 = \frac{1}{2}CE$)

252 続き

(2) 前



後



キルヒホッフ則より $V_2' = V_3'$ なので V' とおく.

電気量保存より

$$-\frac{1}{2}CE + \frac{1}{2}CE + 0 = -\frac{1}{2}CE + q_2' + q_3'$$

C_1の電荷を省略して

$$\frac{1}{2}CE + 0 = q_2' + q_3' \quad \cdots ⑤$$

$Q = CV$ より

$$q_2' = CV' \cdots ⑥ \qquad q_3' = CV' \cdots ⑦$$

⑤に⑥, ⑦を代入して

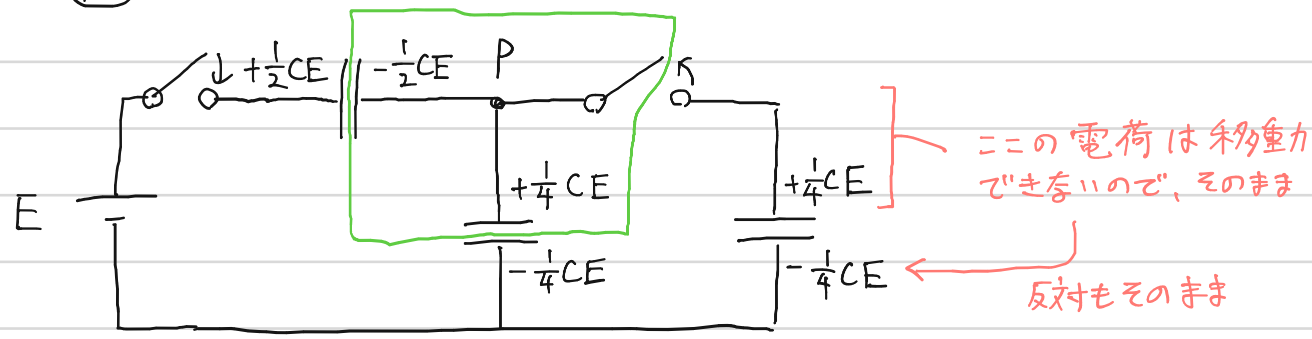
$$\frac{1}{2}CE = CV' + CV'$$

$$\therefore V' = \frac{1}{4}E$$

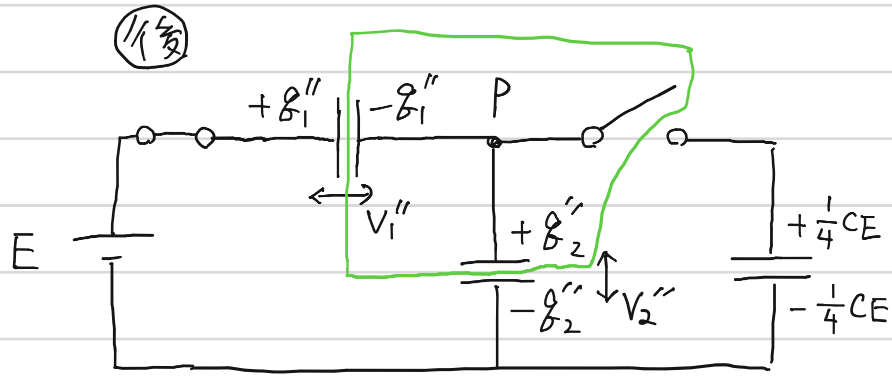
(⑥より $q_2' = \frac{1}{4}CE$, ⑦より $q_3' = \frac{1}{4}CE$)

$\boxed{252}$ 続き

(3) 前



後



$\boxed{\text{キルヒホッフ則}}$ より

$$E = V_1'' + V_2'' \quad \cdots ⑧$$

$\boxed{\text{電気量保存}}$ より

$$-\frac{1}{2}CE + \frac{1}{4}CE = -q_1'' + q_2'' \quad \cdots ⑨$$

$\boxed{Q=CV}$ より

$$q_1'' = CV_1'' \quad \cdots ⑩ \qquad q_2'' = CV_2'' \quad \cdots ⑪$$

⑨に⑩,⑪を代入して

$$-\frac{1}{2}CE + \frac{1}{4}CE = -CV_1'' + CV_2''$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{4}E = V_1'' - V_2'' \quad \cdots ⑨'$$

252 (3)続き

⑧を変形して $V_1'' = E - V_2''$, これを ⑨' に代入して

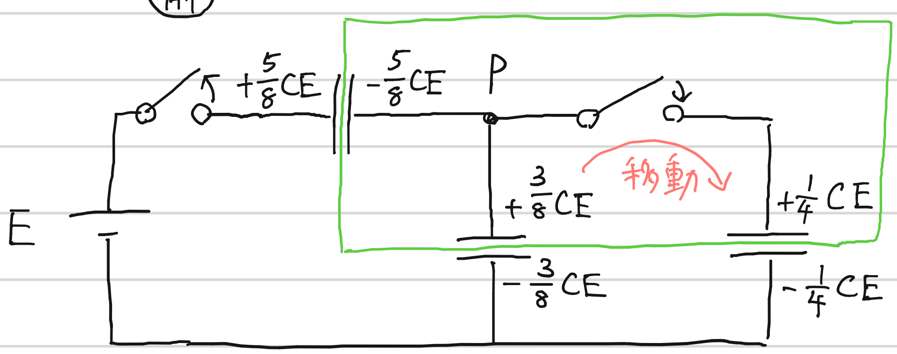
$$\frac{1}{4}E = (E - V_2'') - V_2''$$

$$\therefore V_2'' = \frac{3}{8}E$$

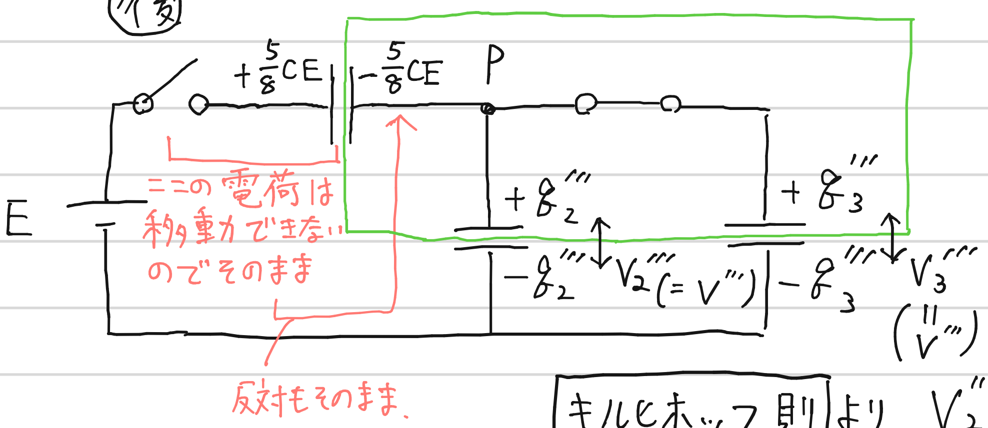
(⑧より $V_1'' = \frac{5}{8}E$ ⑩より $q_1'' = \frac{5}{8}CE$ ⑪より $q_2'' = \frac{3}{8}CE$)

(4)

前



後



キルヒホッフ則より $V_2''' = V_3'''$ なので V''' とおく。

電気量保存より

$$-\frac{5}{8}CE + \frac{3}{8}CE + \frac{1}{4}CE = -\frac{5}{8}CE + q_2''' + q_3'''$$

C_1の電荷を省略して

$$\frac{3}{8}CE + \frac{1}{4}CE = q_2''' + q_3''' \quad \cdots ⑫$$

$\boxed{252}$ (4) 続き

$\boxed{Q = CV}$ より

$q_2''' = CV''' \cdots$ ⑬ $\qquad q_3''' = CV''' \cdots$ ⑭

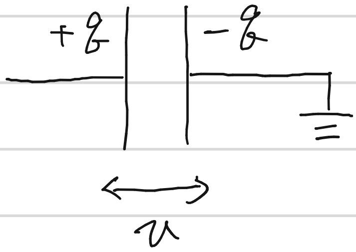
⑫に⑬，⑭を代入して

$$\frac{3}{8}CE + \frac{1}{4}CE = CV''' + CV'''$$

$$\therefore \underline{V''' = \frac{5}{16}E}$$

253

(ア)



$Q = CV$ より

$$v = \frac{q}{C}$$ …(ア)

(イ) $W = q\Delta V$ より

$$\Delta W = \Delta q\, v$$ …(イ)

(ウ)(エ)(オ)

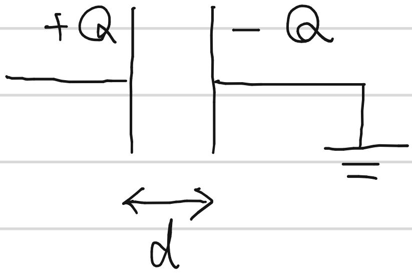
$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2$$

(ウ) $\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$　(エ) $\frac{1}{2}QV$　(オ) $\frac{1}{2}CV^2$

※問題文の記述をよく読んで、理解しておきましょう。

$\boxed{254}$

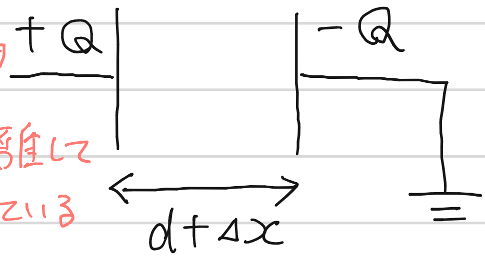
(ア) $C = \varepsilon_0 \dfrac{S}{d}$



$$U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{\varepsilon_0 \frac{S}{d}} = \underline{\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}d} \text{ // (ア)}$$

(イ) $C' = \varepsilon_0 \dfrac{S}{d+\Delta x}$

回路を切り離してQを不変にしている



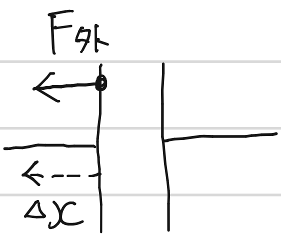
$$\underset{(U+\Delta U)}{U'} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C'} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{\varepsilon_0 \frac{S}{d+\Delta x}} = \underline{\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}(d+\Delta x)} \text{ // (イ)}$$

(ウ) $\Delta U = U' - U$

$$= \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}(d+\Delta x) - \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}d$$

$$= \underline{\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}\Delta x} \text{ // (ウ)}$$

(エ)



$W_{外} = F_{外} \cdot \Delta x$ となり、これが ΔU と等しいので

$$\underline{\Delta U = F_{外}\Delta x} \text{ // (エ)}$$

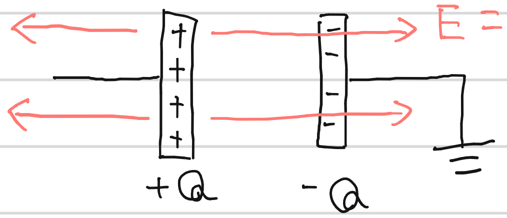
$$\Rightarrow \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}\Delta x = F_{外}\Delta x$$

$$\therefore F_{外} = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$$

(オ) $F_{外}$ が極板間引力 F とつりあっているので

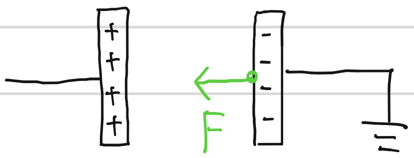
$$\underline{F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}} \text{ // (オ)}$$

$\boxed{254}$ 別解（大切）



$E = \dfrac{Q}{2\varepsilon_0 S}$ （ガウスの法則から。参考 $\boxed{245}$）

$-Q$ が $\dfrac{Q}{2\varepsilon_0 S}$ の電場内にある



$= QE$ の力で引かれる.

よって極板間引力 F は

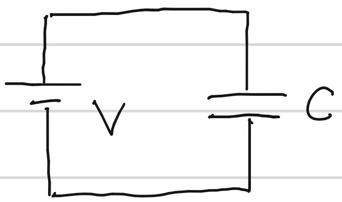
$$F = Q \cdot \frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$$

$$= \underline{\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}} \ /\!/ \ (オ)$$

$\boxed{255}$

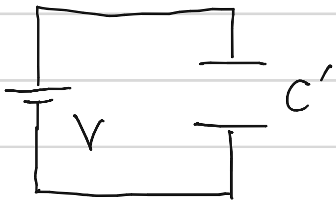
回路になっているので、$\boxed{254}$ とちがって Q が変化することに気をつける。

(ア)



$$U = \frac{1}{2}CV^2 \quad \text{\#(ア)}$$

(イ)

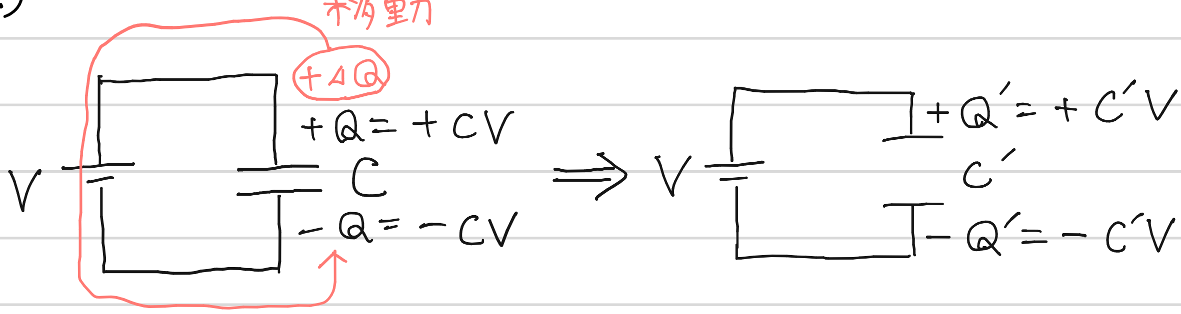


$$U' = \frac{1}{2}C'V^2 \quad \text{\#(イ)}$$

(ウ)

$$U' - U = \frac{1}{2}C'V^2 - \frac{1}{2}CV^2$$
$$= \frac{1}{2}(C' - C)V^2 \quad \text{\#(ウ)}$$

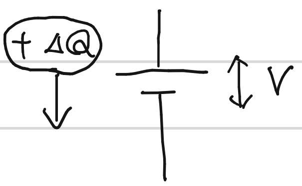
(エ)



移動する電荷を求めると

$$\Delta Q = Q - Q' = CV - C'V$$
$$= (C - C')V$$

電池がされた仕事 W は、下図のような電荷の移動なので

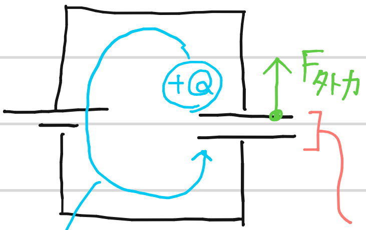


$W = qV$ より

$$W = \Delta Q V = (C - C')V^2 \quad \text{\#(エ)}$$

$\boxed{255}$ 続き

（補足）エネルギー収支をイメージしてみる



外力が正の仕事をするので装置のエネルギーは増えそう。

$U \to U'$ $(U'<U)$ なので コンデンサーのエネルギーはへっている。

電池が +Q を上向きに運ぶと、「電池が +QV 仕事をした」状態であるが、今回逆向きなので、+QV 仕事をされたといえる。（または、−QV 仕事をした、といえる）

⇒ ここで問題文中の説明を式にすると、

（外力が装置にした仕事）＋（コンデンサーが失ったエネ $(U-U')$）

＝（電池がされた仕事 $(+QV)$）

というエネルギー収支の関係がある。

これを、コンデンサーがされた仕事に注目した書き方にすると、

（外力が装置にした仕事）＋（電池がした仕事 $(-QV)$）

＝（コンデンサーのエネの変化 $(U'-U)$）

とも書ける。

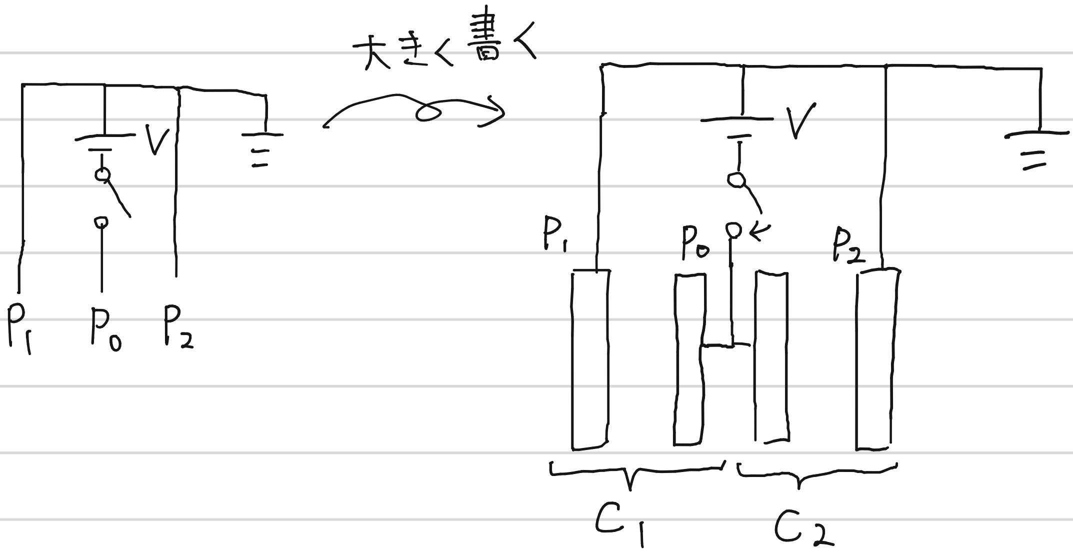
（電池のした仕事がすごく負なので コンデンサーのエネが減っているのだ。）

電池がないときは $\boxed{254}$ のように

（外力がした仕事）＝（コンデンサーのエネの変化）

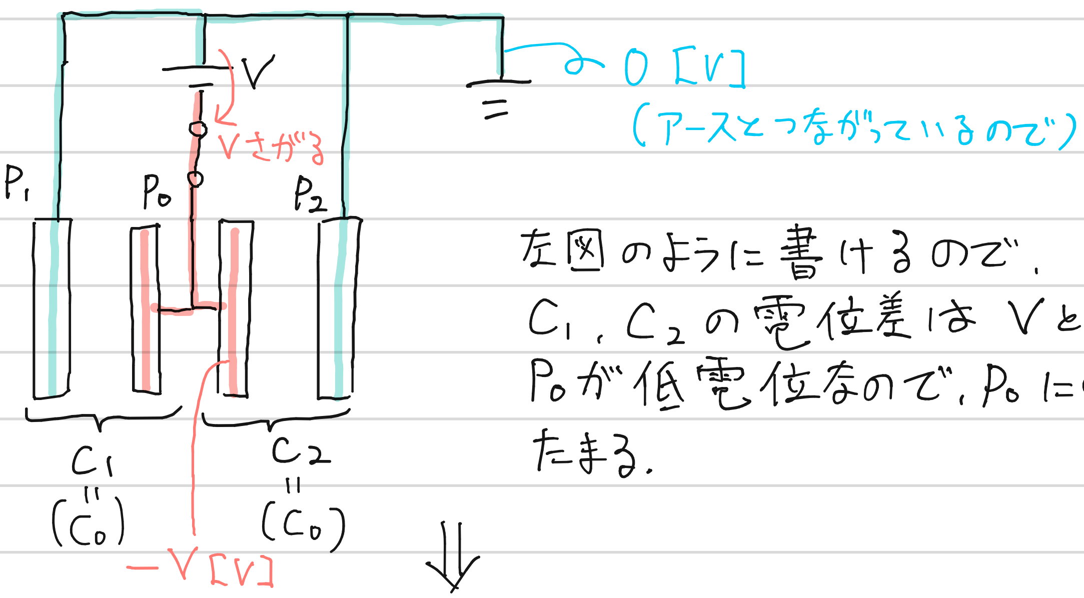
となる。

$\boxed{256}$ まずはコンデンサーの構造を理解しよう。



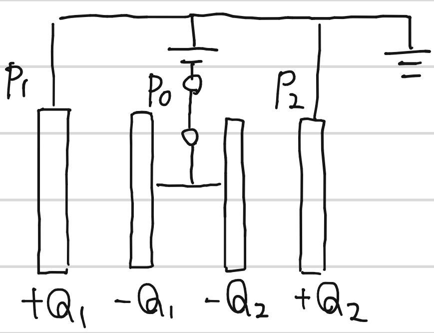
P_0の左面と右面で別の極板と考える

(1) 次に電位の関係を見極めよう。



左図のように書けるので、
C_1, C_2の電位差は Vとなる。
P_0が低電位なので、P_0に⊖がたまる。

⇓

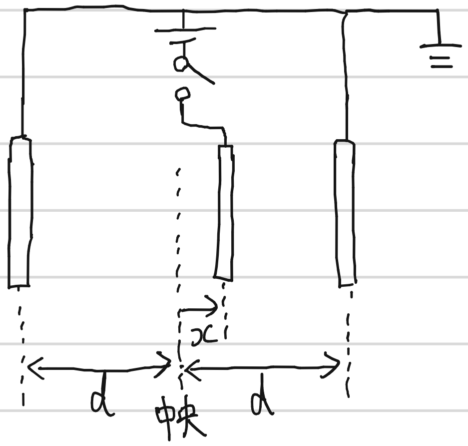


$Q_1 = C_0 V$, $Q_2 = C_0 V$ となり
P_0にたまる電荷Q_0は$(-Q_1)+(-Q_2)$なので

$$Q_0 = -C_0 V + (-C_0 V)$$
$$= \underline{-2C_0 V}$$

$\boxed{256}$ 続き

(2)



極板間距離は左図のように

$\boxed{C_1}$ $(d+x)$ $\boxed{C_2}$ $(d-x)$

となるので

$$C_{1(x)}=\varepsilon_0\frac{S}{d+x} \qquad C_{2(x)}=\varepsilon_0\frac{S}{d-x}$$

となる。ここで

$$C_0=\varepsilon_0\frac{S}{d}$$

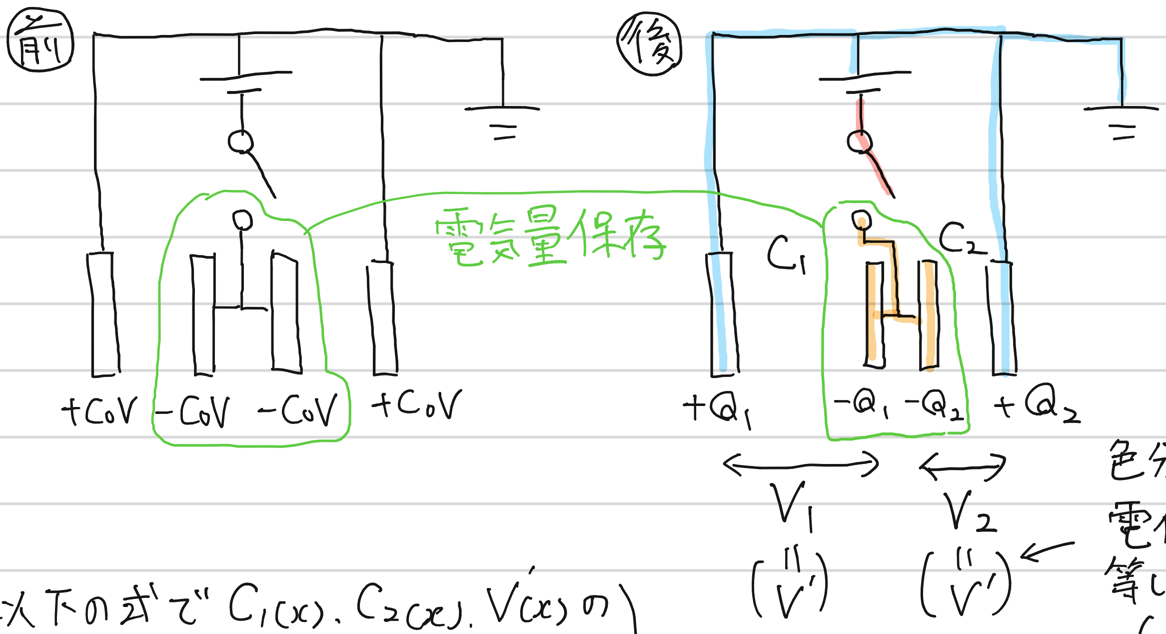
を用いてこれを示すと、

$$C_{1(x)}=\underline{\frac{d}{d+x}C_0}_{/\!/} \qquad C_{2(x)}=\underline{\frac{d}{d-x}C_0}_{/\!/}$$

(3) 充電後スイッチを切りはなしてから移動しているので

P_0で電気量は保存する。$(Q_{0(x)}=Q_0=\underline{-2C_0V}_{/\!/})$

前と後を考えて、図をかいて考える。



色分けより

電位差V_1, V_2は

等しいとわかる。

$(V'_{(x)}$とおく)

(以下の式で$C_{1(x)}$, $C_{2(x)}$, $V'_{(x)}$の(x)は省略する。)

$\boxed{電気量保存}$ より

$$-C_0V+(-C_0V)=-Q_1+(-Q_2) \quad \cdots ①$$

$\boxed{Q=CV}$ より

$$Q_1=C_1V'=\frac{d}{d+x}C_0V' \cdots ② \qquad Q_2=C_2V'=\frac{d}{d-x}C_0V' \cdots ③$$

$\boxed{256}$ (3) 続き

①に、②、③を代入して

$$-C_0V+(-C_0V)=-\frac{d}{d+x}C_0V'-\frac{d}{d-x}C_0V'$$

$$\left(\frac{d}{d+x}+\frac{d}{d-x}\right)V'=2V$$

$$\left(\frac{2d^2}{(d+x)(d-x)}\right)V'=2V$$

$$V'=\frac{(d+x)(d-x)}{d^2}V$$

②に代入して

$$Q_1=\frac{d}{d+x}C_0\cdot\frac{(d+x)(d-x)}{d^2}V=\underline{\frac{d-x}{d}C_0V}_{//}$$

③に代入して

$$Q_2=\frac{d}{d-x}C_0\cdot\frac{(d+x)(d-x)}{d^2}V=\underline{\frac{d+x}{d}C_0V}_{//}$$

(4) C_1, C_2でそれぞれエネルギーをだして合計すると

$$W_{(x)}=\frac{1}{2}Q_1V'+\frac{1}{2}Q_2V'$$

$$=\frac{1}{2}(Q_1+Q_2)V'$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{d-x}{d}C_0V+\frac{d+x}{d}C_0V\right)\left\{\frac{(d+x)(d-x)}{d^2}V\right\}$$

$$=\frac{1}{2}(2C_0V)\left\{\frac{(d+x)(d-x)}{d^2}V\right\}$$

$$=\underline{\frac{(d+x)(d-x)}{d^2}C_0V^2}_{//}=\underline{\left(1-\frac{x^2}{d^2}\right)C_0V^2}_{//}$$

模範解答の形にあわせると.