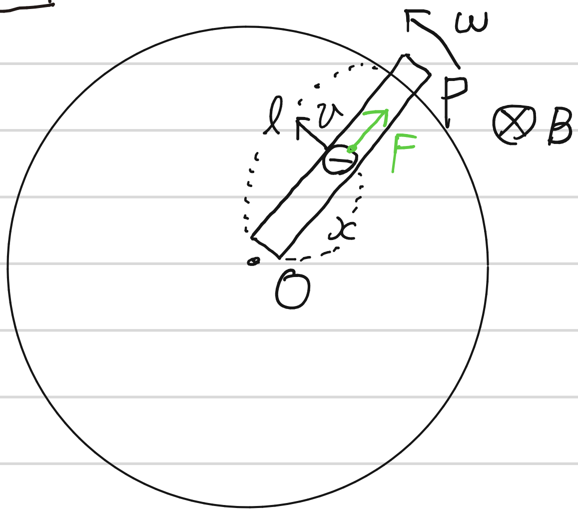
321



(ア)

$v = r\omega$ より

$v = \underline{x\omega}_{//}$ (ア)

(イ)(ウ)

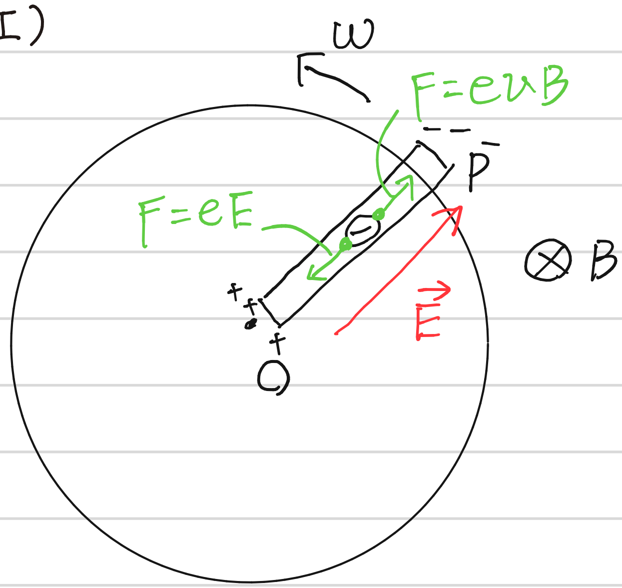
$F = qvB$ より

$F = \underline{e \cdot x\omega \cdot B}_{//}$ (ウ)

向きは右ねじで考えるが、⊖なので⊕のときと逆向きになることに注意する。

$\underline{O \to P \text{ 向き}}_{//}$ (イ)

(エ)



力がつりあうとみれば

$evB = eE$

$\therefore E = vB$

$= \underline{B\omega x}_{//}$ (エ)

(オ)

Vの傾き(微分したもの)がEなので、Eを積分したものがVとなる。

$$V = \int_0^l E(x)\,dx$$

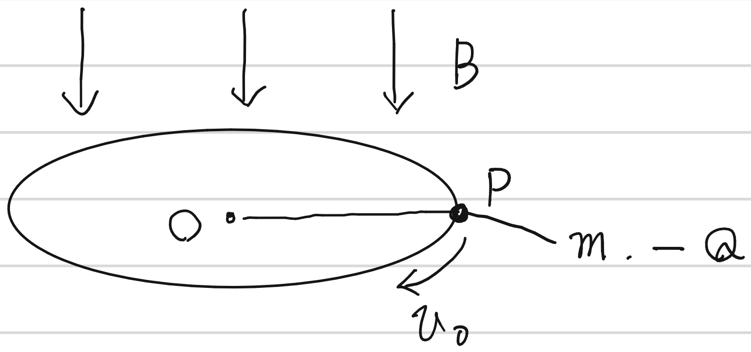
$$= \int_0^l B\omega x\,dx = B\omega\left[\frac{1}{2}x^2\right]_0^l$$

$$= \underline{\frac{1}{2}B\omega l^2}_{//} \text{ (オ)}$$

(カ)(キ)

+の集まるO側が $\underline{\text{高電位}}_{//}$ (キ)。起電力は $\underline{P \to O}_{//}$ (カ) 向き

322



(1)

このときできる電場を誘導電場という。

誘導電場Eは $\dfrac{(\text{誘導起電力})}{(\text{キョリ})}$ で求められる。

Bの変化による誘導起電力を求める。

グラフよりBの変化率を求めると、

$$\frac{\Delta B}{\Delta t} = \frac{B_0}{t_1}$$

よって半径rの円を貫く磁束の変化率 $\frac{\Delta \phi}{\Delta t}$ は、

$$\frac{\Delta \phi}{\Delta t} = \frac{\Delta B S}{\Delta t}$$

$$= \frac{B_0}{t_1} S$$

$$= \frac{B_0}{t_1} \cdot \pi r^2$$

これより半径rの円での誘導起電力は、

$$V = \left| \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right| = \frac{B_0}{t_1} \pi r^2$$

誘導電場を求めると

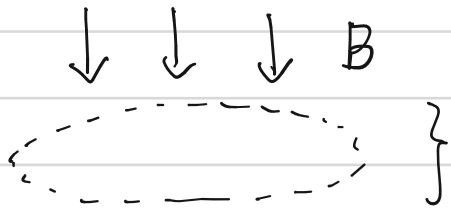
$$E = \frac{V}{2\pi r} = \frac{\frac{B_0}{t_1}\pi r^2}{2\pi r}$$

$$= \underline{\frac{B_0 r}{2 t_1}}_{\,/\!/}$$

322 続き

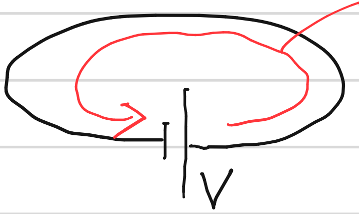
※ (1) 補足

誘導電場のイメージ



Bの変化により、
ここに電気的なエネルギーが生まれる。

実際にどこかが高電位になって、どこかが低電位になっているわけではないが下図のようなエネルギーと、このエネルギーが等価となる。



ここで電場によりこのエネルギーを議論すると

$$E = \frac{V}{2\pi r}$$ となる。

※ 実際に電位が1周でV[V]低くなっていて、その傾きから、$E = \frac{V}{2\pi r}$ とできるわけではない。
正しくは、エネルギーと仕事での議論となる。

エネルギーの式をたてると
(Vで考えるエネルギー) = (力×きょりで考える仕事)

$$qV = qE \times 2\pi r$$

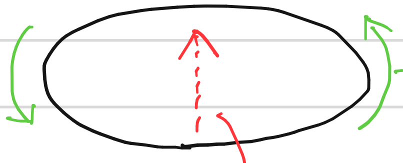
$$\therefore E = \frac{V}{2\pi r}$$ となる

$\boxed{322}$ 続き

(2)

誘導起電力の向きは、Bの変化を打ち消す向きに発生する。

↓ ↓ ↓ B(増える)

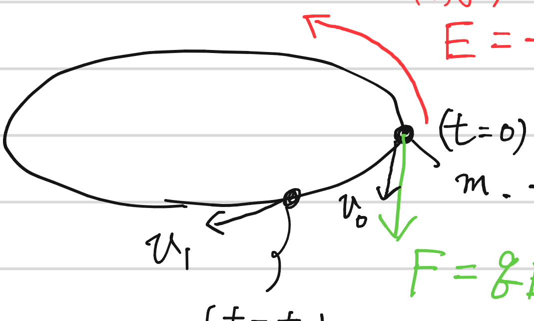


この向きにIを流すような向きに、
誘導電場が発生

B′(打ち消す向きの磁場)

※実際に電流が流れているわけではないのでB′はない。

(1)より $E = \frac{B_0 r}{2t_1}$ (一定)



$F = qE$
$= QE$ ⇒ Eが一定なので
Fは一定で等加速度運動となる。

運動方程式をたてると

$$mα = QE$$

$$\therefore α = \frac{QE}{m} = \frac{QB_0 r}{2mt_1}$$

等加速度運動の式 $v = v_0 + αt$ より

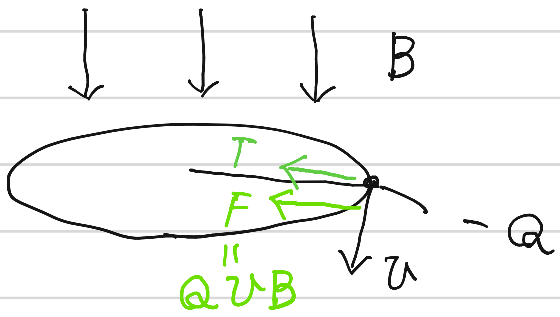
$$v_1 = v_0 + \frac{QB_0 r}{2mt_1} t_1$$

$$\therefore \underline{v_1 = v_0 + \frac{QB_0 r}{2m}}$$ //

$\boxed{322}$ 続き

(3)

円軌道になるときは円運動の運動方程式 $m\frac{v^2}{r}=F$ が成立する



$(t=0)$

$t=0$ では $B=0$ なので

T のみがはたらく。

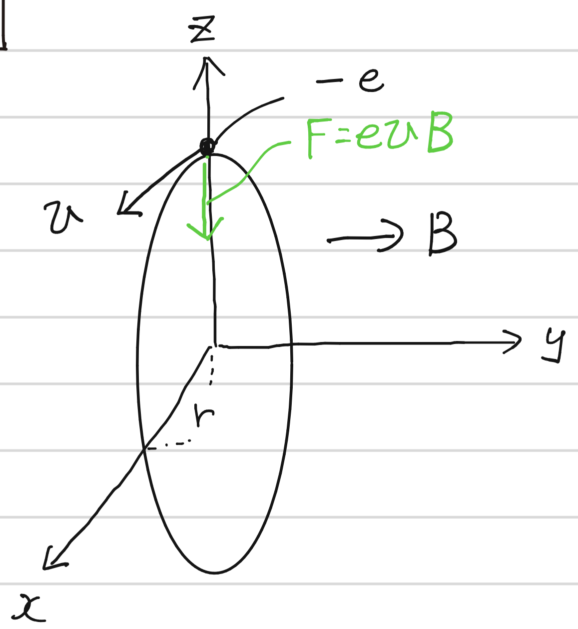
$$\underline{m\frac{v_0^2}{r}=T_0}_{\#}$$

$(t=t_1)$

$t=t_1$ では $B=B_0$ なので T_0 と Qv_1B_0 がはたらく.

$$m\frac{v_1^2}{r}=T_1+Qv_1B_0 \qquad \therefore T_1=\underline{m\frac{v_1^2}{r}-Qv_1B_0}_{\#}$$

$\boxed{323}$



(ア)

円運動の運動方程式より

$$\underline{m\frac{v^2}{r}=evB}_{\,//}\text{(ア)}$$

(イ)

(ア)式より

$$v=\frac{eBr}{m}$$

$p=mv$ に代入して

$$p=m\cdot\frac{eBr}{m}$$

$$=\underline{eBr}_{\,//}\text{(イ)}$$

(ウ)

$|V|=N\left|\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right|$ より

$$\underline{V=\frac{\Delta\phi}{\Delta t}}_{\,//}\text{(ウ)}$$

(エ)

$E=\frac{V}{d}$ より

$$E=\frac{\frac{\Delta\phi}{\Delta t}}{2\pi r}=\underline{\frac{\Delta\phi}{2\pi r\Delta t}}_{\,//}\text{(エ)}$$

323 続き

(オ)

運動量の増加 Δp は力積 $F\cdot t$ に等しい.

$$\Delta p = eE\cdot\Delta t$$
$$= e\cdot\frac{\Delta\phi}{2\pi r\Delta t}\cdot\Delta t$$
$$= \frac{e}{2\pi r}\Delta\phi \quad \text{(オ)}$$

(カ)

$p = p_0 + \Delta p$ といえるので

$$p = 0 + \frac{e}{2\pi r}\Delta\phi$$

ここで $t=0$ で $\phi=0$ で $t=t$ で $\phi=\phi$ なので $\Delta\phi=\phi$,

$$p = \frac{e}{2\pi r}\phi \quad \text{(カ)}$$

※付属の解説のように方程式を解くと

$$\Delta p = \frac{e}{2\pi r}\Delta\phi$$

両辺を $\frac{1}{\Delta t}$

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{e}{2\pi r}\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

両辺を積分して

$$p = \frac{e}{2\pi r}\phi + C \quad \text{(Cは積分定数)}$$

$t=0$ で $p=0$. $\phi=0$ なので $C=0$

よって

$$p = \frac{e}{2\pi r}\phi \quad \text{(カ)}$$

$\boxed{323}$ 続き

(キ)

(イ) より

$$p = eBr$$

(カ) より

$$p = \frac{e}{2\pi r}\phi$$

2式より

$$eBr = \frac{e}{2\pi r}\phi$$

$$\Rightarrow \quad \phi = \underline{2\pi r^2 B}_{\#} \text{(キ)}$$

※ これをベータトロン条件という。(覚える必要はない)

式の意味としては、

$$B = \frac{\phi}{2\pi r^2}$$

と書きかえて、

(軌道上の磁束密度) = ($\underbrace{\text{軌道内部の平均磁束密度}}_{\frac{\phi}{\pi r^2}}$ $\times \frac{1}{2}$)

となる。

外周と内側でかける磁束密度 B に差をつける必要があるということなのだ。