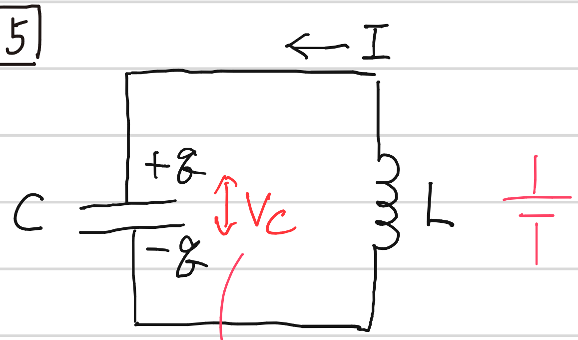
335



V_Lの正の向き
(Iの正の向きにそろえる)
$\Rightarrow V_L = -L\dfrac{dI}{dt}$

このときV_Cは正(qの正負に合わせる)

(ア)

電流の定義「1sに通過する電気量」より

$$I = \frac{dq}{dt} \quad \text{// (ア)}$$

(イ)

インダクタンスの式より

$$V_L = -L\frac{dI}{dt}$$

$Q = CV$ より

$$V_C = \frac{q}{C}$$

キルヒホッフ第2法則より

$V_L = V_C$ (正の向きに注意)

$$\Rightarrow -L\frac{dI}{dt} = \frac{q}{C}$$

$$\therefore L\frac{dI}{dt} = -\frac{1}{C}q \quad \text{// (イ)}$$

(ウ)

$\dfrac{d^2q}{dt^2}$ は $I = \dfrac{dq}{dt}$ を微分したものといえるので

$$\frac{d^2q}{dt^2} = \frac{dI}{dt} = -\frac{1}{LC}q \quad \text{// (ウ)}$$

※(イ)の式を変形した.

$\boxed{335}$ 続き

(エ)

(ウ)の式 $\dfrac{d^2q}{dt^2} = -\dfrac{1}{LC}q$ と

単振動の式 $\dfrac{d^2x}{dt^2} = -\dfrac{k}{m}x = -\omega^2 x$ をくらべて.

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\therefore \ \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \ \text{(エ)}$$

(オ)

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{2\pi}{\omega}} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \ \text{(オ)}$$

※ 振動の類示性は次のように考えよう.

$\boxed{\text{単振動}}$ $\boxed{\text{電気振動}}$

mが大きいとゆっくりvが変化 $\Rightarrow$ Lが大きいとゆっくりIが変化

(インダクタンスはIの変化を嫌がる度合を示す物理量)

これより $m \to L$, $v \to I$ の対応関係が見出だせる.

また エネルギーのやりとりを見てみると.

$\boxed{\text{単振動}}$ $\boxed{\text{電気振動}}$

$\frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}kx^2$ $\frac{1}{2}LI^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$

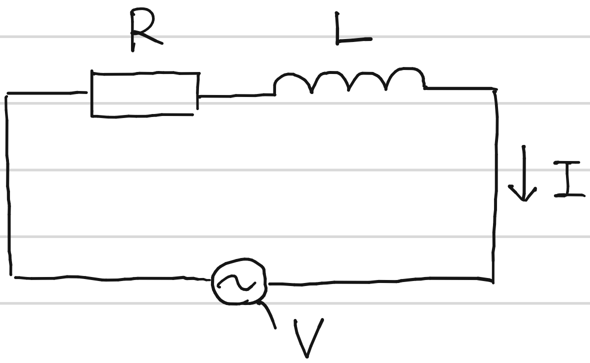
このように書けて, $\frac{1}{2}kx^2$ と $\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ が対応しているといえる.

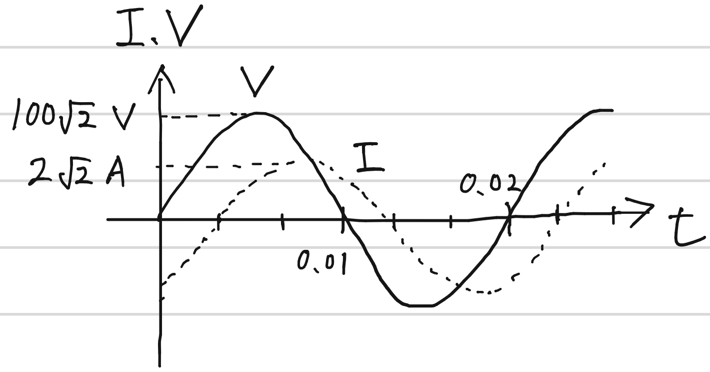
これより $k \to \frac{1}{C}$, $x \to q$ の対応関係が見出だせる.

また

$v = \dfrac{dx}{dt}$ と $I = \dfrac{dq}{dt}$ の関係も、この対応関係を満たしている.

$\boxed{336}$





(1)

グラフより　T= 0.02 [s] なので

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.02} = \underline{50\,\mathrm{Hz}}$$

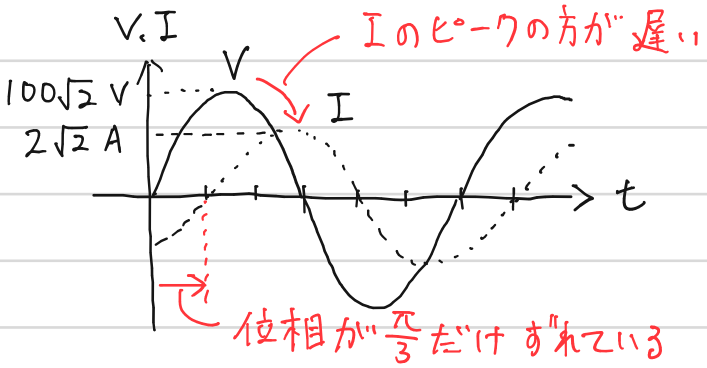
(2)

実効値は最大値の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍なので

$$V_e = \frac{1}{\sqrt{2}}V_0$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 100\sqrt{2}$$
$$= \underline{100\ [\mathrm{V}]}$$

(3)

グラフを読みとると、IはVに対して $\underline{\frac{\pi}{3}\ 遅れているといえる。}$



※このVは電源電圧なので

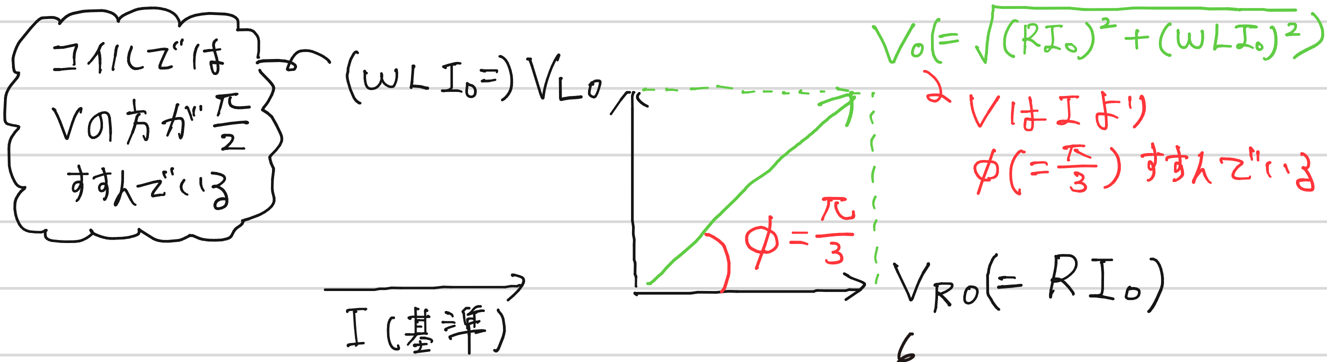
$$V = V_R + V_L$$

である。素子全体にかかる $V_{全体}$ を示しているといえる。

336 続き

(4)

直列接続なので2つの素子で I が共通である.
これを利用しベクトル図を書いて、回路全体の V を考える.



ここで

$$\tan\phi = \frac{\omega L I_0}{RI_0} = \frac{\omega L}{R}$$

であり、(3)より $\phi = \frac{\pi}{3}$ なので

$$\tan\frac{\pi}{3} = \frac{\omega L}{R}$$

$$\therefore \sqrt{3}R = \omega L \quad \cdots ①$$

※ ベクトル図を用いずに、三角関数の合成公式を使っても
やってることは同じである. $I = I_0 \sin\omega t$ とおくと

$$V_R = RI_0 \sin\omega t$$

$$V_L = \omega L I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \omega L I_0 \cos\omega t$$

$$\Rightarrow V_{全体} = V_R + V_L = RI_0 \sin\omega t + \omega L I_0 \cos\omega t$$

$$= \sqrt{(RI_0)^2 + (\omega L I_0)^2} \sin(\omega t + \alpha)$$

$$\left(ただし \tan\alpha = \frac{\omega L I_0}{RI_0}\right)$$

$V_{全体}$ と I の位相のずれ α が $\frac{\pi}{3}$ なので

$$\tan\frac{\pi}{3} = \frac{\omega L I_0}{RI_0}$$

となる.

336 (4) 続き

RL直列回路の合成インピーダンス Z は

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

※ 直列のインピーダンスの公式として、この式を覚えててもよいが、
前ページのベクトル図で求めた V_0 を用いて、

$$V_0 = I_0 Z$$

$$\sqrt{(RI_0)^2 + (\omega L I_0)^2} = I_0 Z$$

$$\therefore Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

と求めてもよい。(公式は覚える必要がない)

一方で電流と電圧の最大値からインピーダンスを求めると、

$$Z = \frac{V_0}{I_0} = \frac{100\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

$$= 50\ [\Omega]$$

2式より

$$50 = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\Rightarrow 2500 = R^2 + (\omega L)^2 \quad \cdots ②$$

① を ② に代入して

$$2500 = R^2 + (\sqrt{3}L)^2$$

$$\Rightarrow 4R^2 = 2500$$

$$2R = 50 \qquad \therefore R = 25\ [\Omega]$$ //

(5)

① に代入して

$$\sqrt{3} \cdot 25 = \omega L$$

$$\Rightarrow L = \frac{25\sqrt{3}}{\omega}$$

$$= \frac{25\sqrt{3}}{2\pi f} = \frac{25\sqrt{3}}{2\pi \cdot 50} = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}\ [H]$$ //

$\boxed{336}$ 続き

(6)

コイルでの消費電力は0なので、抵抗のみを考えればよい。

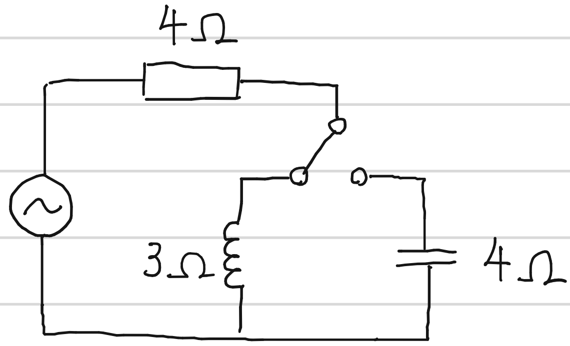
$$P_e = I_e^2 R$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} I_0\right)^2 R$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\sqrt{2}\right)^2 \cdot 25$$

$$= \underline{100\ [\mathrm{W}]}_{//}$$

$\boxed{337}$



(1)

(「$\sqrt{2}$ A の電流が流れた」という表記だと、実効値なのか最大値なのかはっきりしないが、こういうときは実効値を示していることが多い。どちらだとしても、たてる式は

$$V_e = Z I_e \quad \text{か} \quad V_0 = Z I_0$$

となるので答えは変わらず求めることはできる。)

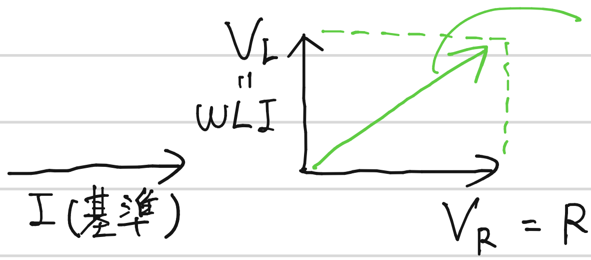
RとLの直列接続なので、インピーダンスZは

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$
$$= \sqrt{4^2 + 3^2}$$
$$= 5\ [\Omega]$$

よって

$$V = Z I$$
$$V = 5\sqrt{2}\ [\mathrm{V}] \quad (\fallingdotseq 7.1\ [\mathrm{V}])$$

※ 直列接続の合成の式を覚えていなくても、ベクトル図を書いて考えればよい。(公式を覚える必要はない)
直列なので I が共通。Iを基準にしてベクトル図をかく。



$$V_{全} = \sqrt{(R I_0)^2 + (\omega L I_0)^2}$$
$$= \sqrt{R^2 + \omega L^2} \cdot I_0$$
$$= \sqrt{4^2 + 3^2} \cdot \sqrt{2}$$
$$= 5\sqrt{2}\ [\mathrm{V}]$$ //

337 続き

(2)

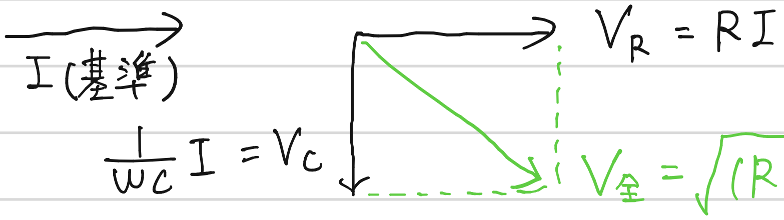
RとCの直列接続なので、インピーダンス Z' は

$$Z' = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$
$$= \sqrt{4^2 + 4^2}$$
$$= 4\sqrt{2}\ [\Omega]$$

よって

$$V = Z'I$$
$$\Rightarrow I = \frac{V}{Z'} = \frac{5\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$$
$$= \frac{5}{4}\ [\mathrm{A}] \quad (\fallingdotseq 1.3\ [\mathrm{A}])$$

※ 直列接続の合成の式を覚えていなくても、ベクトル図を書いて考えればよい。(公式を覚える必要はない)
直列なので I が共通。I を基準にしてベクトル図をかく。

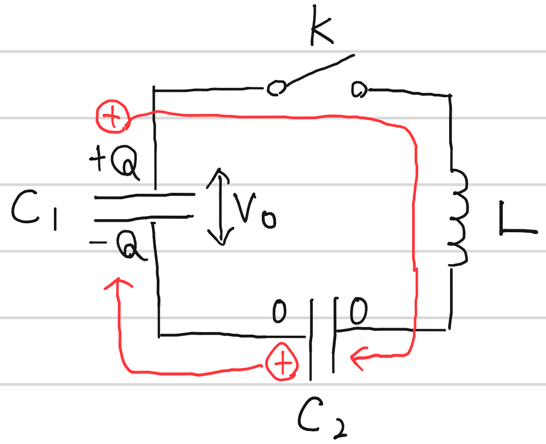


$$V_{全} = \sqrt{(RI)^2 + \left(\frac{1}{\omega C}I\right)^2}$$
$$= \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdot I$$
$$\Downarrow$$
$$I = \frac{V_{全}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{4^2+4^2}}$$
$$= \frac{5}{4}\ [\mathrm{A}]$$

338

(ア)

電荷は下図のように動こうとする。



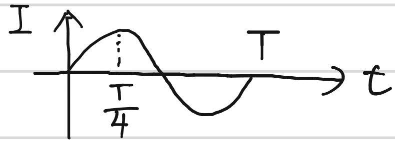
ただし、スイッチ切り換え直後はコイルが直前の I ($I=0$) をキープするため流れない。

よって

$$I = 0 \quad (ア)$$

(イ)

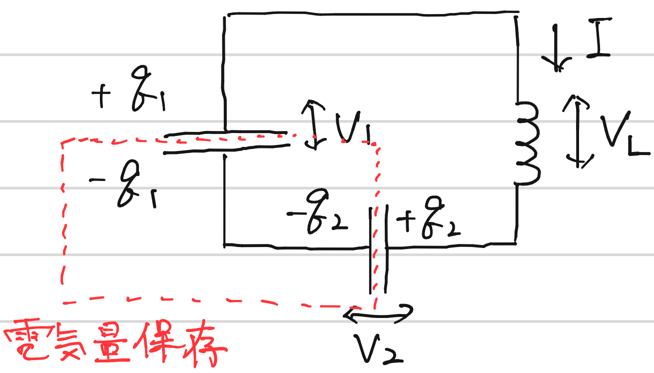
振動電流は下のようなグラフとなる



Iが最大となるのは $t = \frac{T}{4}$ (イ) といえる。

(ウ) (エ)

コンデンサーが2つあるので1周期の流れが、コンデンサーが1つのときと異なる 任意の時刻での回路の式をたててみる。



ここで

$$V_L = -L\frac{dI}{dt}$$

よって、キルヒホッフ第2法則より

$$V_1 - L\frac{dI}{dt} - V_2 = 0$$

Iが最大のとき $\frac{dI}{dt} = 0$ なのでキルヒホッフ第2法則の式は

$$V_1 - V_2 = 0$$

$$\Rightarrow V_1 = V_2 \quad \cdots ①$$

とかける。

$\boxed{338}$ (ウ)(エ) 続き

また、電気量の保存より

$-Q = -q_1 - q_2$ … ②

また、$Q = CV$ より

$Q = C_1V_0$, $q_1 = C_1V_1$, $q_2 = C_2V_2$ $(= C_2V_1)$ … ③ ← ①より $V_2 = V_1$

③を②に代入して

$-C_1V_0 = -C_1V_1 - C_2V_1$

$\therefore V_1 = \dfrac{C_1}{C_1+C_2}V_0$ // (ウ)

$V_2 = V_1$ なので

$V_2 = \dfrac{C_1}{C_1+C_2}V_0$ // (エ)

(オ)

エネルギーの保存より

$\frac{1}{2}C_1V_0^2 = \frac{1}{2}C_1V_1^2 + \frac{1}{2}C_2V_2^2 + \frac{1}{2}LI_M^2$

$\frac{1}{2}C_1V_0^2 = \frac{1}{2}(C_1+C_2)V_1^2 + \frac{1}{2}LI_M^2$

$\frac{1}{2}C_1V_0^2 = \frac{1}{2}(C_1+C_2)\left(\frac{C_1}{C_1+C_2}V_0\right)^2 + \frac{1}{2}LI_M^2$

$\therefore I_M = \sqrt{\dfrac{C_1C_2}{L(C_1+C_2)}}\,V_0$ // (オ)

(カ)

C_2 の極板間電圧が最大となるのは、C_2 への電流がとまり、⊕が新たに運びこまれなくなったときである。

よって(イ)で書いたグラフより

$t_2 = \dfrac{T}{2}$ // (カ)

338 続き

(キ)

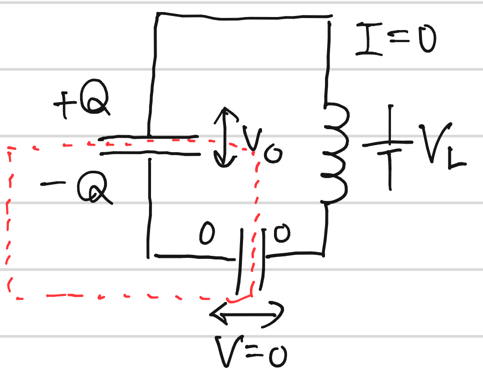
(カ)の説明の通り、$I=0$ となったときに V_2 は最大となる。 (キ)

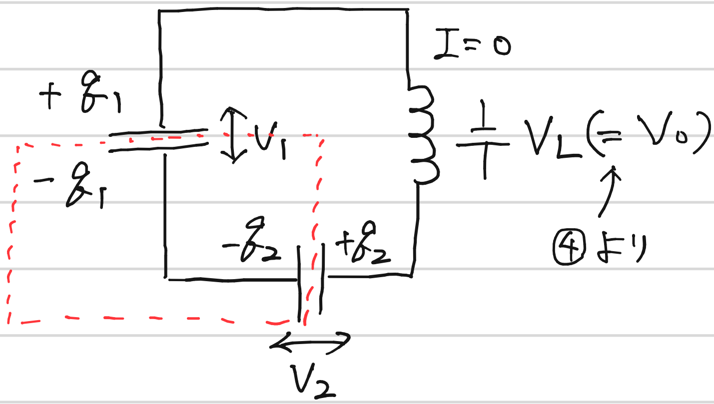
(ク)

(イ)のグラフを見ると、$t=0$ のときと、$t=t_2 \left(=\frac{T}{2}\right)$ のときの

$\frac{dI}{dt}$ の大きさは等しいといえる。このことより、t_2 のときの V_L は

$t=0$ のときと同じ大きさで逆向きといえるのだ。





キルヒホッフ則より

$$V_L=V_0 \quad \cdots ④$$

キルヒホッフ則より

$$V_1+V_L=V_2$$

$$\Rightarrow V_1+V_0=V_2$$

$$\Rightarrow V_2=V_1+V_0 \quad \cdots ⑤$$

また、電気量保存より

$$-Q=-q_1-q_2$$

$$\Rightarrow -C_1V_0=-C_1V_1-C_2V_2 \quad \cdots ⑥$$

⑤を代入して

$$-C_1V_0=-C_1V_1-C_2(V_1+V_0)$$

$$(C_1+C_2)V_1=(C_1-C_2)V_0$$

$$\therefore V_1=\frac{C_1-C_2}{C_1+C_2}V_0$$ よって絶対値は $\frac{|C_1-C_2|}{C_1+C_2}V_0$ (ク)

※付属の解説と q の正負の設定がちがい、途中式や答えが少しちがっている。

※$C_1<C_2$ だと、C_1 での電荷の正負が逆になり、付属の解説のようになる。

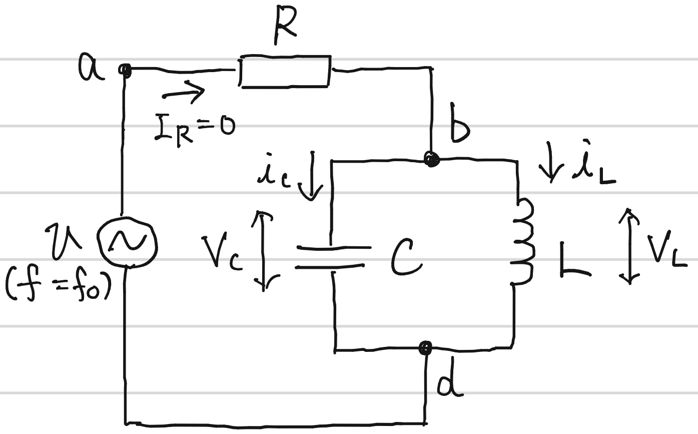
※電気量保存を意識しながら文字設定すると、このノートのように解くことになるはず。

339

見なれた形の方が計算しやすいので

$v = v_0 \sin(2\pi f t) = v_0 \sin\omega t$

として計算することにする。 $(\omega = 2\pi f)$



(1)

I_R が 0 ならば $V_R = 0$ である。 よって $\underline{0}$ //

(2)

C と L では V が共通で、 $V_R = 0$ ならば キルヒホッフ則より

$V_C = v$, $V_L = v$

といえる。 ($V_L = v$ は (3) で使う)

コンデンサーのリアクタンスは $\frac{1}{\omega C}$ なので i_C の最大値 i_{C0} は

$v_0 = \frac{1}{\omega C} i_{C0}$

$\therefore i_{C0} = \omega C v_0$

i_C の位相は v の位相 (ωt) より $\frac{\pi}{2}$ すすんでいるので

$i_C = i_{C0} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

$= \omega C v_0 \cos\omega t$

$\omega = 2\pi f_0$ を代入して

$i_C = \underline{2\pi f_0 C v_0 \cos(2\pi f_0 t)}$ //

$\boxed{339}$ 続き

(3)

コイルのリアクタンスは ωL なので i_L の最大値 i_{L0} は

$$v_0 = i_{L0} \cdot \omega L$$

$$\therefore i_{L0} = \frac{v_0}{\omega L}$$

i_L の位相は v の位相 (ωt) より $\frac{\pi}{2}$ おくれているので

$$i_L = i_{L0} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$
$$= -\frac{v_0}{\omega L} \cos \omega t$$

$\omega = 2\pi f_0$ を代入して

$$\underline{i_L = -\frac{v_0}{2\pi f_0 L} \cos(2\pi f_0 t)}_{//}$$

(4)

$$i_{bd} = i_C + i_L$$
$$= 2\pi f_0 C v_0 \cos(2\pi f_0 t) - \frac{v_0}{2\pi f_0 L} \cos(2\pi f_0 t)$$
$$= \underline{\left(2\pi f_0 C - \frac{1}{2\pi f_0 L}\right) v_0 \cos(2\pi f_0 t)}_{//}$$

(5)

$i_{bd} = 0$ となるとき．共振しているという．よって

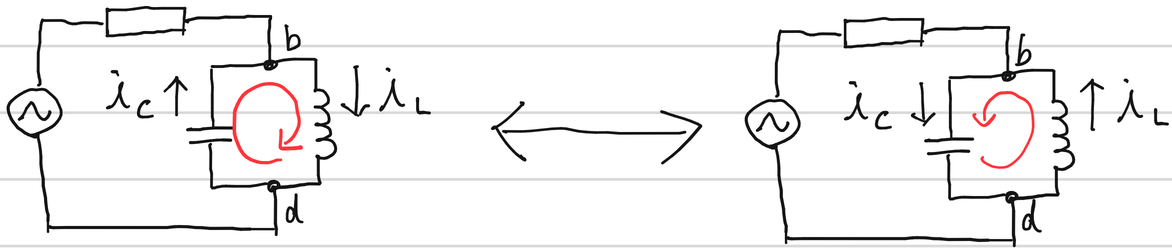
$$2\pi f_0 C = \frac{1}{2\pi f_0 L}$$

$$\Rightarrow 4\pi^2 f_0^2 LC = 1$$

$$\therefore \underline{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}_{//}$$

$\boxed{339}$ 続き

※ 共振回路の補足（重要）



$i_C = i_L$　　　　　　　　$i_C = i_L$

上記のように LC振動回路のように電流が流れていて、抵抗に電流が流れていない状態を共振と呼ぶ。

(5) で
「$i_{bd} = 0$ となるのが共振」としているのは、
「全体で流れる電流が0」という意味ではなく、
「$i_{bd} = i_C + i_L$ という式において、i_C と i_L が
大きさが同じで向きが逆になっている」という意味である。

また、付属の解説の「L、C並列の合成インピーダンスが無限大」というのは、電源に電流が流れないので回路全体の抵抗が無限大と見れる、ということからきている。

度々、直列での合成インピーダンス、並列での合成インピーダンスなどの話がでてきているが、キルヒホッフ則やオームの法則で解けるので覚える必要はないし、重要でもない