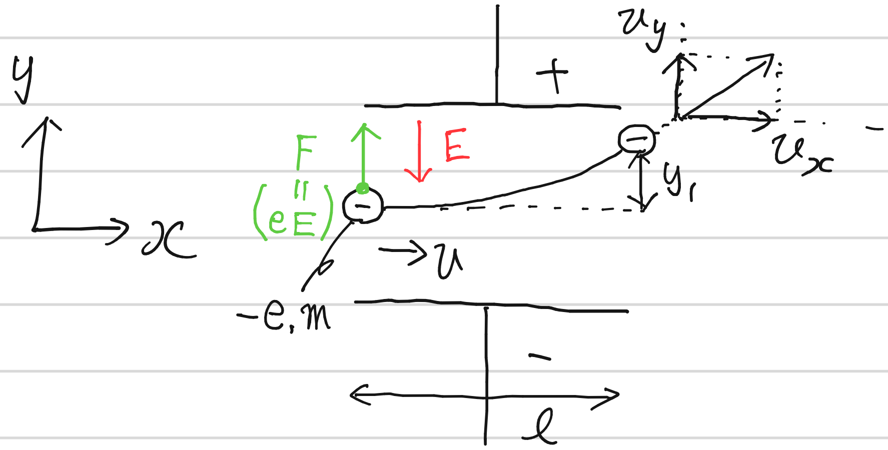
$\boxed{356}$

(1)

極板間の移動中は、一定の力 eE を y 方向に受けて運動するので、y 方向は等加速度運動となる。
一方で x 方向は力を受けないので、等速運動となる。



運動方程式より

$$ma = eE$$

$$\therefore a = \frac{eE}{m} \quad (y\text{軸正向き})$$

等加速度運動の式 $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ より

$$y_1 = 0 + \frac{1}{2}\cdot\frac{eE}{m}t^2$$

x 方向の運動より t を求めると

$$t = \frac{l}{v}$$

これを代入して

$$y_1 = \frac{1}{2}\cdot\frac{eE}{m}\cdot\left(\frac{l}{v}\right)^2$$

$$= \frac{eEl^2}{2mv^2} \text{ [m]}$$

…(ア)

$\boxed{356}$ 続き

(2)

(イ) x 方向は等速運動なので

$$v_x = \underline{v} \ /\!/ \ (イ)$$

(ウ) y 方向は等加速度運動の式 $v = v_0 + at$ より

$$v_y = 0 + \frac{eE}{m}t$$

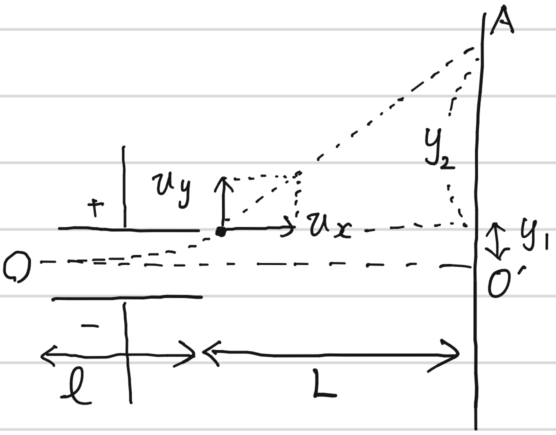
$t = \frac{l}{v}$ を代入して

$$v_y = \frac{eE}{m} \cdot \frac{l}{v}$$

$$= \underline{\frac{eEl}{mv}} \ /\!/ \ (ウ)$$

(3)

極板間を通過した後は、力を受けないので、
等速直線運動となる。



三角形の相似より

$$v_y : v_x = y_2 : L$$

$$\therefore y_2 = \frac{v_y}{v_x}L$$

v_x、v_y を代入して

$$y_2 = \frac{\frac{eEl}{mv}}{v}L$$

$$\therefore y_2 = \underline{\frac{eElL}{mv^2}} \ /\!/ \ (エ)$$

(4)

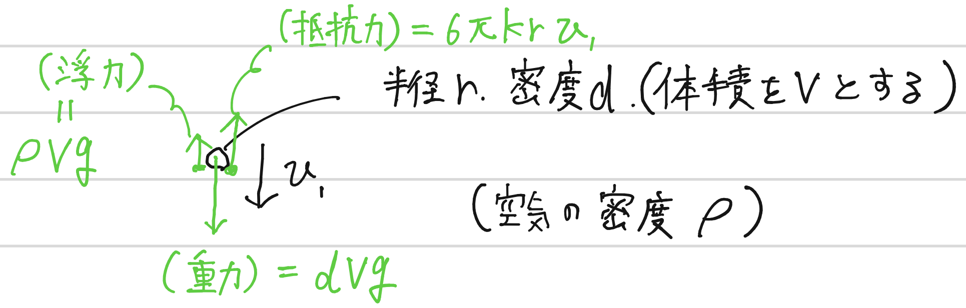
$y = y_1 + y_2$ なので

$$y = \frac{eEl^2}{2mv^2} + \frac{eElL}{mv^2} = \underline{\frac{eEl}{mv^2}\left(\frac{l}{2} + L\right)} \ /\!/ \ (オ)$$

$\boxed{357}$

(ア)

電場を与えないときの力を書きだし、つりあいの式をたてる。



つりあいの式をたてると

$$dVg = \rho Vg + 6\pi k r v_1$$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ なので 代入して

$$\frac{4}{3}\pi r^3 dg = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g + 6\pi k r v_1 \cdots ①$$

rについて解くと

$$\frac{4}{3}\pi r^2 (d-\rho) g = 6\pi k v_1$$

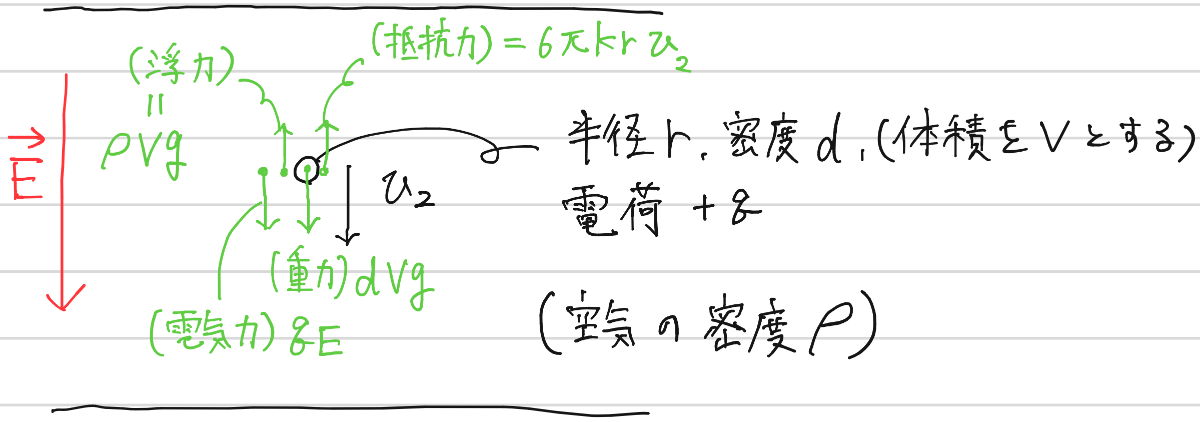
$$r^2 = \frac{9}{2}\frac{k v_1}{(d-\rho)g}$$

$$\therefore r = 3\sqrt{\frac{k v_1}{2(d-\rho)g}}$$ (ア)

357 続き

(イ)

電場を下向きに与えるときの力を書きだし、つりあいの式をたてる



つりあいの式をたてると

$$dVg + qE = \rho Vg + 6\pi k r \upsilon_2$$

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$ を代入して

$$\frac{4}{3}\pi r^3 d g + qE = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g + 6\pi k r \upsilon_2 \quad \cdots ②$$

② − ① より

$$qE = 6\pi k r(\upsilon_2 - \upsilon_1)$$

$$\therefore\ q = \frac{6\pi k r(\upsilon_2 - \upsilon_1)}{E}$$ (イ)

※補足

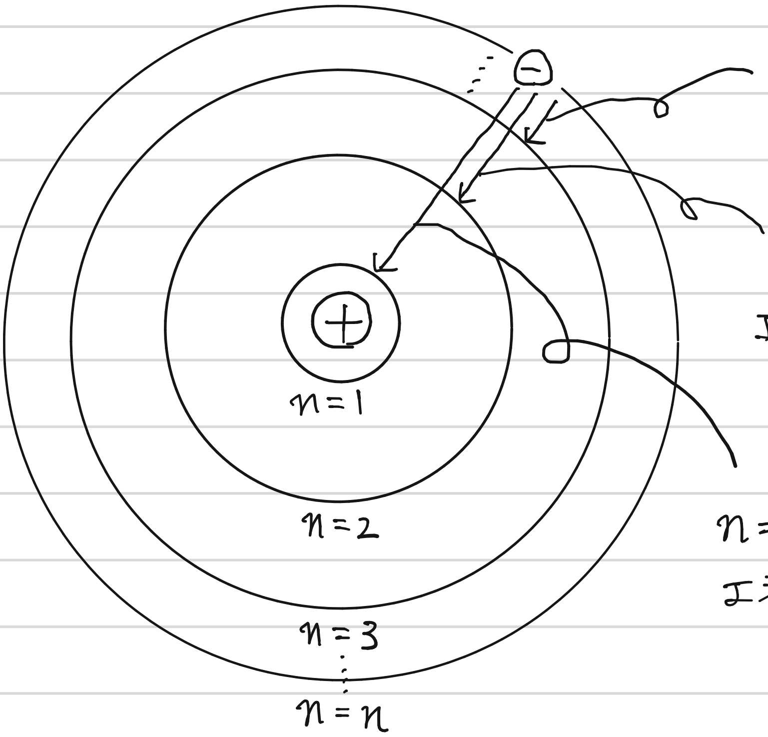
球状の物体のrは測定困難な値である。
とても小さいし、動いているので難しいのだ。

しかし、(ア)でrを逆算することができ、(イ)に代入することで、
rを測定しなくてもqを求めることができる。

何が測定可能で何が測定不可能かを意識すると、
実験考察に深みがでる。

358

水素原子のスペクトルは、電子がちがう軌道に移り
その際のエネルギー差が光となってでてくる。どこの軌道まで
落ちるかで、エネルギー差が大きく異なり、系列分けされているのだ。



今回は可視光の系列を議論するので、$n=2$まで落ちた際の
光を考えている。

そして、最も波長が長い光ということは、最もエネルギー差が小さいときの
光なので、すぐとなりの $n=3$ から $n=2$ に落ちた際の光といえる。

与えられた式に代入して λ を求めると

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)$$

$$\therefore \lambda = \frac{1}{R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)} = \frac{1}{1.10\times10^7\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)}$$

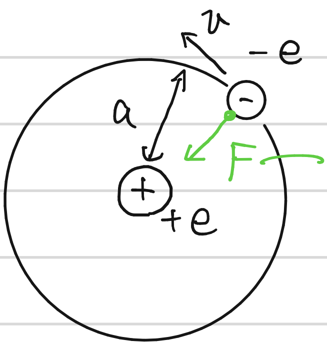
$$\fallingdotseq \underline{6.55\times10^{-7}\,[m]}_{//}$$

$\boxed{359}$

誘導に従って導出できるようになっておこう。お決まりのパターンである。

(ア)

$\boxed{\text{円運動の 運動方程式}}$ $m\frac{v^2}{r}=F$ の式である。



F — $|F|=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$

$=k\frac{e^2}{a^2}$

$m\frac{v^2}{r}=F$

$\Rightarrow \underline{m\frac{v^2}{a}}=k\frac{e^2}{a^2}$ … ①

// (ア)

(イ)

①式 $m\frac{v^2}{a}=k\frac{e^2}{a^2}$ を変形して $\frac{1}{2}mv^2$ の形を作る。

$\Rightarrow mv^2=k\frac{e^2}{a}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2=\underline{\frac{ke^2}{2a}}$ // (イ)　これが K である

(ウ)

(イ)の運動エネルギーと、静電気力による位置エネルギーを合計して

$E=K+U$

$=\frac{ke^2}{2a}-k\frac{e^2}{a}$

$=\underline{-\frac{ke^2}{2a}}$ … ②

// (ウ)

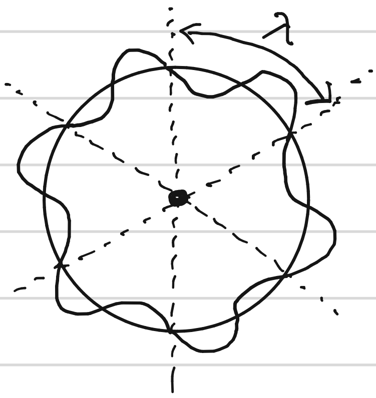
$\boxed{359}$ 続き

(エ)

ここで話はがらっと変わる。

$\boxed{\text{量子条件}}$

電子軌道の円周は、ド・ブロイ波長λの整数倍になる、という条件。
1周で波がぴったり合わさる長さの軌道のみ存在する、というイメージ。



左図はλが6個分でぴったりの場合の図で、これより1つ内側の軌道は、λが5個分でぴったりの円周となるのだ。

ド・ブロイ波長が $\lambda = \frac{h}{mv}$ なので 量子条件の式は

$$2\pi a = n\lambda$$

$$\Rightarrow 2\pi a = n \cdot \frac{h}{mv}$$

$$\therefore\ mva = n \cdot \frac{h}{2\pi} \quad \text{//(エ)}$$

(オ)

aをa_nとして、(二)式 $mva = n \cdot \frac{h}{2\pi}$ を変形して $v = \frac{nh}{2\pi m a_n}$

これを①式 $m\frac{v^2}{a} = k\frac{e^2}{a^2}$ に代入して、

$$m\frac{\left(\frac{nh}{2\pi m a_n}\right)^2}{a_n} = k\frac{e^2}{a_n^2} \qquad \therefore\ a_n = \frac{h^2}{4\pi^2 mke^2}n^2 \quad \text{//(オ)}$$

359 続き

(カ)

EをEₙとして. ②式 $E=-\frac{ke^2}{2a}$ に(ホ)のaを代入すると.

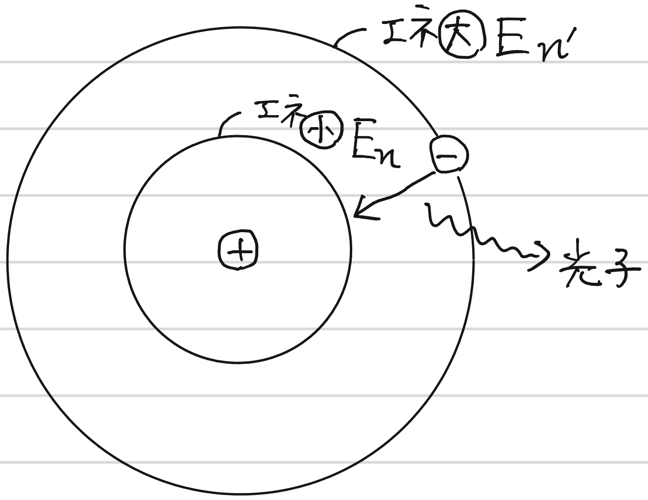
$$E_n=-\frac{ke^2}{2\left(\frac{h^2}{4\pi^2 mke^2}n^2\right)}$$

$$=-\frac{2\pi^2 mk^2e^4}{h^2}\cdot\frac{1}{n^2}$$ // (カ)

このエネルギーのことを $\boxed{\text{エネルギー準位}}$ という.

(キ)

でてくる光は エネルギー準位の差分のエネルギーを持っている.



エネルギー準位の減った分は

$$E_{n'}-E_n$$

光子のエネルギーEは

$$E=h\nu$$

よって

$$E_{n'}-E_n=h\nu$$

波の式 $v=f\lambda$ より $c=\nu\lambda$ なので

$$E_{n'}-E_n=\frac{hc}{\lambda}$$ // (キ)

359 続き

(ク)

(キ)の式にE_nを代入して整理する.

$$\frac{hc}{\lambda} = E_{n'} - E_n$$

$$= \left(-\frac{2\pi^2 mk^2e^4}{h^2}\cdot\frac{1}{n'^2}\right) - \left(-\frac{2\pi^2 mk^2e^4}{h^2}\cdot\frac{1}{n^2}\right)$$

$$= \frac{2\pi^2 mk^2e^4}{h^2}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right)$$

$$\therefore \frac{1}{\lambda} = \underline{\frac{2\pi^2 mk^2e^4}{h^3 c}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right)} \ /\!/ \ (ク)$$

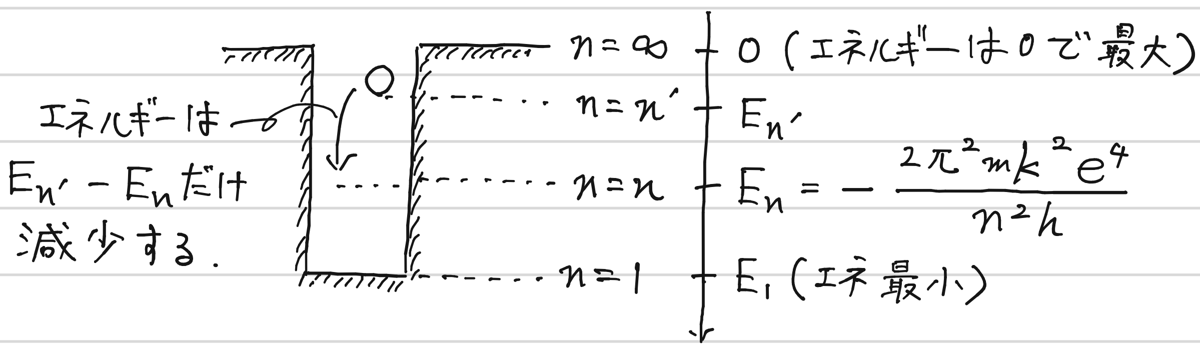
(ケ)

$\dfrac{2\pi^2 mk^2e^4}{h^3 c}$ を R とすると. (ク)の式は

$$\frac{1}{\lambda} = \underline{R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2}\right)} \ /\!/ \ (ケ)$$

※ 問題 358 の式の導出となる.
※ 量子条件 などの語句も覚えておきましょう.
※ エネルギー準位 は 井戸型 のエネルギーとイメージする。

$$\underbrace{n=\infty \text{ で } E_n = 0 \qquad n=n \text{ で } E_n = -\frac{2\pi^2 mk^2e^4}{n^2h^2} \ (負)}$$



$\boxed{360}$

イオン化エネルギーは，$n=1$の軌道から原子外（$n=\infty$の軌道）へ移動するのに必要なエネルギーである．

$$\Delta E = E_\infty - E_1$$
$$= \left(-\frac{hcR}{\infty^2}\right) - \left(-\frac{hcR}{1^2}\right)$$
$$= 0 + hcR$$
$$= 6.63\times10^{-34}\cdot3.00\times10^{8}\cdot1.10\times10^{7}$$
$$\fallingdotseq 21.9\times10^{-19}\,[\mathrm{J}]$$

$e=1.60\times10^{-19}\,[\mathrm{C}]$であることから．$[\mathrm{eV}]$と$[\mathrm{J}]$の関係は

$$1.60\times10^{-19}\,[\mathrm{J}] = 1\,[\mathrm{eV}]$$

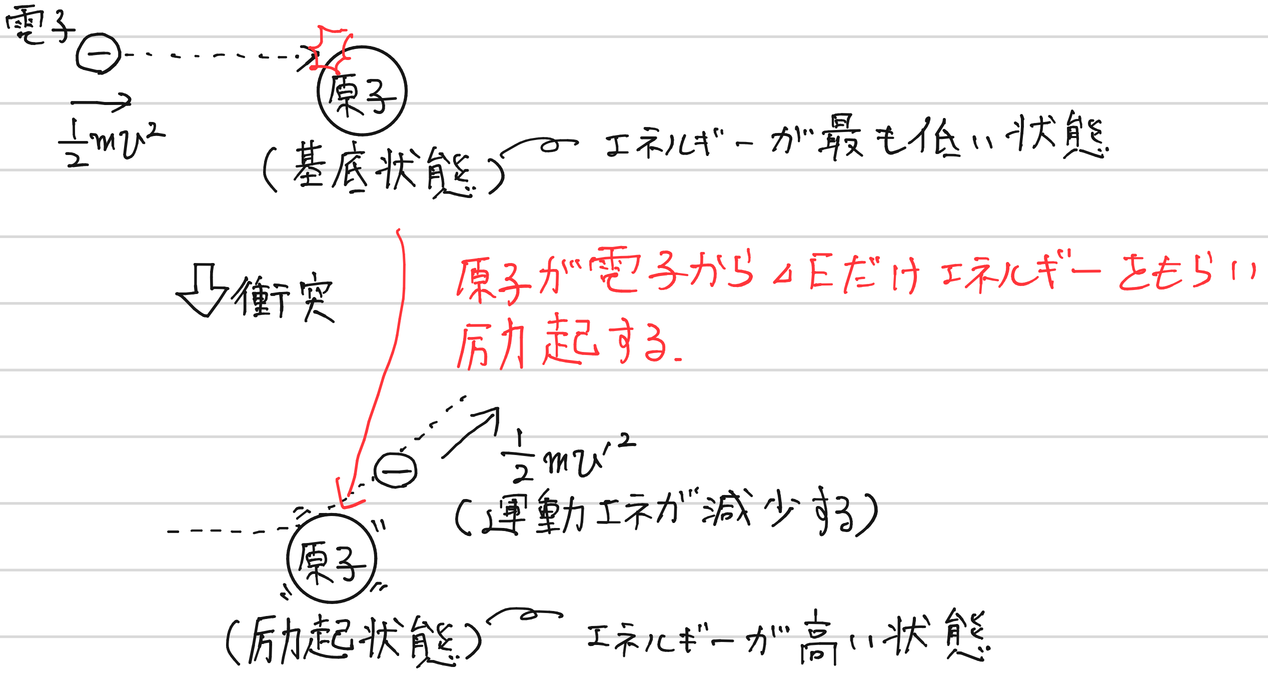
これを用いて$[\mathrm{J}]$から$[\mathrm{eV}]$に単位を直すと．

$$\Delta E = \frac{21.9\times10^{-19}}{1.60\times10^{-19}} \fallingdotseq \underline{13.7\,[\mathrm{eV}]}$$

361

(i)(ii)で書かれている原子とのエネルギー交換について

図で理解をしよう。



ここで

$\frac{1}{2}mv^2 > \Delta E$なら、上図のようにエネルギーを分ける衝突がおき、

$\frac{1}{2}mv^2 < \Delta E$なら、エネルギーを分けずに、元の速度を維持した衝突がおきるのだ。

運動エネのロスがないので

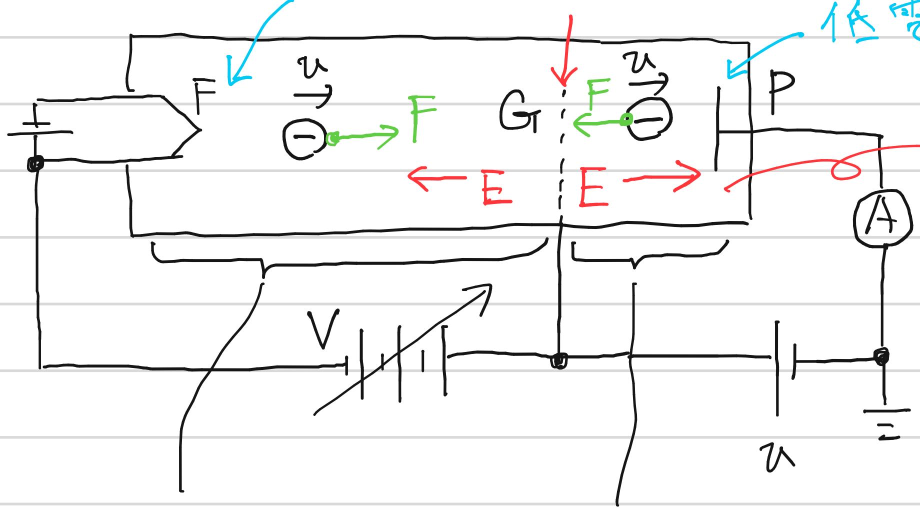
エネルギーを分けない衝突は、弾性衝突といえ。←(i)

エネルギーを分ける衝突は、非弾性衝突といえるのである。←(ii)

運動エネのロスがあるので

361 続き

装置の仕組み

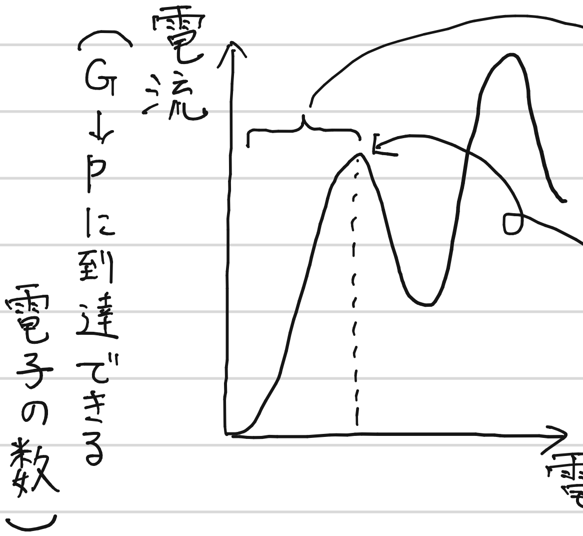


Eは
高電位→低電位
の向き

こっちでは加速する

こっちでは減速する
⇒ 十分な速度vで、Gに突入すると
Pに到達できる。

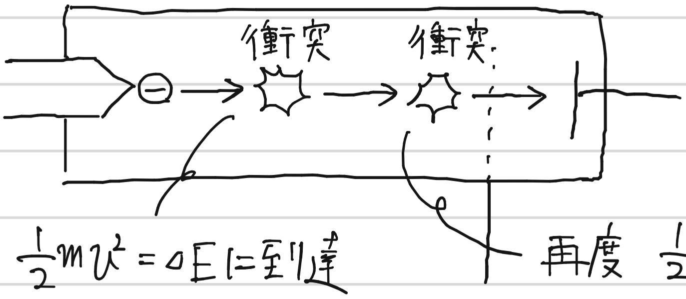
結果のグラフの考察



加速する量が増え、
Pに到達する電子数が増える。

原子を励起させる条件を満たすvを
持つ電子が出始め、vを失う衝突が
おきて、Pに到達する電子数が減る

(2回目のピークでは、2回衝突するようになっている。)



$\frac{1}{2}mv^2 = \Delta E$に到達

再度 $\frac{1}{2}mv^2 = \Delta E$に到達。

$\boxed{361}$ 続き

$\boxed{\text{空欄について}}$

4.9[V]の電圧で加速したときにもつ
運動エネルギーと同じ量のエネルギーを持つ光がでるので.

$$eV = h\nu$$

$\Downarrow$ $v = f\lambda$ より $c = \nu\lambda \rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda}$

$$eV = h\frac{c}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{hc}{eV}$$

$$= \frac{6.6\times10^{-34}\cdot3.0\times10^{8}}{1.6\times10^{-19}\cdot4.9}$$

$$\fallingdotseq \underline{2.5\times10^{-7}\,[\mathrm{m}]}$$ //

$\boxed{362}$

(1)

(ア)

ローレンツ力 $F = evB$ が向心力となり、円運動する。

円運動の運動方程式より

$$m\frac{v^2}{r} = evB$$

$$\therefore r = \frac{mv}{eB} \quad \text{(ア)}$$

(イ)

$T = \frac{2\pi r}{v}$ より

$$T = \frac{2\pi \frac{mv}{eB}}{v}$$

$$\therefore T = \frac{2\pi m}{eB} \quad \text{(イ)}$$

(ウ)

電流の定義は、1s に何 [C] の電気量がその断面を通過するか、である。

T [s] に 1 回 e [C] が通過しているので
1 [s] あたりは

$$\frac{e}{T} \Rightarrow \frac{e}{\frac{2\pi m}{eB}}$$

$$= \frac{e^2B}{2\pi m} \quad \text{(ウ)}$$

これが I である。

$\boxed{362}$ 続き

(エ)

円形電流が中心に作る磁場の公式 $H=\frac{I}{2r}$ より

$$H'=\frac{I}{2r}$$

磁束密度と磁場の関係 $B=\mu H$ より

$$B'=\mu_0 H'$$

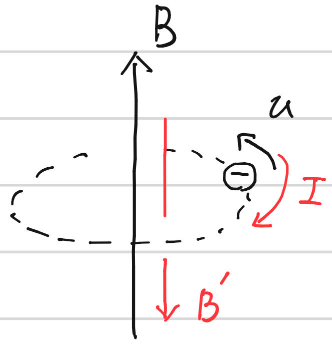
$$=\mu_0\frac{I}{2r}$$

$$=\mu_0\frac{\frac{e^2B}{2\pi m}}{2\cdot\frac{mv}{eB}}$$

$$=\underline{\frac{\mu_0 e^3B^2}{4\pi m^2 v}}_{//}\ (\text{エ})$$

(オ)

電流の向きは，⊖の動きと逆向きである。



よって，右ねじの法則より

B'は図の下向きに発生。

⇒ Bと<u>逆向き</u>// (オ)

$\boxed{362}$ 続き

(カ)

「回転数に等しい振動数の電磁波を放出」という文章を文字式で示すと、

$$\nu = n$$

である。(※回転数 $n = \frac{1}{T}$ である)

よって

$$\nu = \frac{1}{T}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{\lambda} = \frac{1}{T}$$

$$\Rightarrow \lambda = cT$$

$$= c \cdot \frac{2\pi m}{eB}$$

$$= \frac{2\pi mc}{eB} \quad /\!/ \text{(カ)}$$

(キ)

エネルギーを失うということは、vが小さくなる、ということなので(ア)の結果より、半径rは 小さく // (キ) なる

(2)

(ク)

ド・ブロイ波長の式より

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad /\!/ \text{(ク)}$$

(ケ)

円周の長さ $2\pi r$ が $\lambda = \frac{h}{mv}$ の整数 n 倍なので

$$2\pi r = n\lambda$$

$$\Rightarrow 2\pi \cdot \frac{mv}{eB} = n \cdot \frac{h}{mv} \qquad \therefore \quad v = \frac{1}{m}\sqrt{\frac{nheB}{2\pi}} \quad /\!/ \text{(ケ)}$$

362 続き

(コ)

(ア)式より $v=\dfrac{eBr}{m}$, これを(ケ)式に代入して

$$\frac{eBr}{m}=\frac{1}{m}\sqrt{\frac{nheB}{2\pi}}$$

$$\therefore r=\sqrt{\frac{nh}{2\pi eB}}$$ // (コ)

(サ)

磁束ϕは $\phi=BS$ と計算できるので

$$\phi=B\cdot\pi r^2$$

$$=B\cdot\pi\cdot\frac{nh}{2\pi eB}$$

$$=\frac{nh}{2e}$$ // (サ)

(シ)

(サ)の値は

$$\frac{h}{2e}\times\underset{(整数)}{n}$$

と書けるので最小単位は

$$\frac{h}{2e}$$

$$=\frac{6.6\times10^{-34}}{2\cdot1.6\times10^{-19}}$$

$$\fallingdotseq 2.1\times10^{-15}$$ // (シ)