§14－＃1　気体の分子運動論

$\boxed{1}$　（2017 香川大）

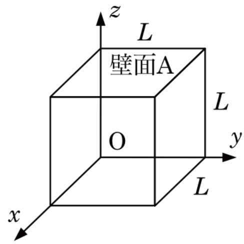

図1

気体を容器に封入したとき，気体分子は容器の壁面とくり返し衝突をしている．図1のように，1辺の長さが L〔m〕の立方体の容器に分子1個の質量が m〔kg〕の単原子分子理想気体が N 個入っている．この気体から z 軸に垂直な壁面Aが受ける圧力を考える．容器内の気体の温度は T〔K〕で一定であり，分子どうしの衝突は無視する．アボガドロ定数を N_A〔/mol〕，気体定数を R〔J/(mol・K)〕，重力加速度の大きさを g〔m/s²〕とする．次の文章中の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ケ}}$ に適切な数式または数値を入れよ．

(1)　初めに重力が作用していない場合について考える．ある1個の分子の z 軸方向の速度の成分を v_z〔m/s〕とすると，分子が壁面Aと弾性衝突したときに壁面Aが分子から受ける力積は $\boxed{\text{ア}}$〔N/s〕である．分子が壁面Aと衝突してから次に壁面Aと衝突するまでの時間は $\boxed{\text{イ}}$〔s〕であるため，分子は時間 Δt〔s〕の間に，壁面Aと $\boxed{\text{ウ}}$ 回衝突する．したがって，時間 Δt の間に壁面Aが受ける力積は $\boxed{\text{エ}}$〔N・s〕となり，1個の分子によって壁面Aが受ける力 f は $\boxed{\text{オ}}$ $\times v_z^2$〔N〕と z 軸における速度成分の2乗 v_z^2 を用いて表せる．N 個の分子によって壁面Aが受ける力 F〔N〕については，すべての分子は不規則に運動をしており，速度成分の2乗平均はどの成分についても等しいので，N 個の分子の速度の2乗平均 $\overline{v^2}$〔m²/s²〕を用いて $\boxed{\text{カ}}$ と表せる．以上から，圧力は $\boxed{\text{キ}}$ 〔N/m²〕となる．また，圧力の式(キ)と状態方程式から，$\overline{v^2}$ は m，N_A，R，T を用いて $\boxed{\text{ク}}$ となり，気体の内部エネルギー U〔J〕は N，N_A，R，T を用いて $\boxed{\text{ケ}}$ となることがわかる．

$\boxed{2}$　（2017 新潟大　改）

真空中で，なめらかな水平面上の小球(質量 m)の運動を考える。この小球は，図 1 のように，円形(半径 a)のなめらかな壁に閉じこめられており，入射角 θ で壁と完全弾性衝突する。次の問いに答えよ。

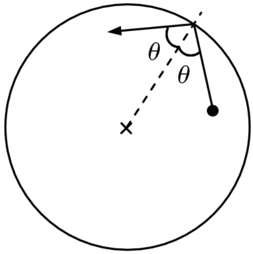

図1

(1)　小球が壁に，速さ v で垂直に衝突する場合(図 1 で $\theta=0$ の場合)を考える。

(a)　小球が壁から受ける力積の大きさを求めよ。

(b)　衝突直後から次の衝突までにかかる時間を求めよ。

(2)　小球が壁に，速さ v，入射角 $\theta>0$ で衝突する場合を考える。

(a)　小球が壁から受ける力積の大きさを求めよ。

(b)　衝突直後から次の衝突までにかかる時間を求めよ。

(c)　十分長い時間 t の間に小球が壁に衝突する回数を求めよ。

(d)　この時間 t の間に小球が壁から受ける力積の合計を求めよ。

(e)　小球が壁に与える力の大きさの時間平均を求めよ。

次に，多数の小球(質量 m)が，球形(半径 a)のなめらかな容器に閉じこめられている場合を考える。小球は，さまざまな速度であらゆる方向に運動しているが，互いに衝突せず，容器の壁とは完全弾性衝突する。小球の数を N とする。1 つの小球の速度の 2 乗 v^2 の，N 個の小球にわたる平均を $\overline{v^2}$ とする。重力の影響は考えない。次の問いに答えよ。

(3)　N 個の小球が容器の壁に与える圧力を，$\overline{v^2}$ を用いて表せ。

(4) この体系を，容器に閉じこめられた絶対温度 T の熱平衡状態にある理想気体とみなす。気体定数を R，アボガドロ定数を N_A とし，構成する分子 1 つが持つ運動エネルギー $\frac{1}{2}m\overline{v^2}$ を T を用いて表せ．また，これをボルツマン定数 k を用いた形に直せ．ただし，$k=\frac{R}{N_A}$ である．